

## الفصل الدراسي الأول

### محاضرات في ميكانيك الكم - مقدمة

## مفردات المساق الدارسي الفصل

### الاول-الاسس الفيزيائية لميكانيك الكم

1-1 مقدمة

2-1 ما الميكانيك الكمي

3-1 الحاجة لميكانيك الكم (لماذا الميكانيك الكمي ضروري)

4-1 الظواهر التي لم تتمكن الفيزياء الكلاسيكية من تفسيرها

1-4-1 اشعاع الجسم الاسود

2-4-1 استق ارر الذرة

3-4-1 التأثير الكهروضوئي

5-1 الطبيعة الازدواجية للمادة والاشعاع

6-1 مبدأ اللادقة

7-1 مبدأ التقابل

### الفصل الثاني-الصفات الاولية لميكانيك الكم

1-2 مقدمة

2-2 دالة الموجة وتفسيرها

3-2 التمثيل الرياضي لدالة الموجة

4-2 معادلة شرودينكر

5-2 المؤث ارت

6-2 خواص المؤث ارت

7-2 معادلة المؤثر

8-2 معادلة القيمة الذاتية

1-8-2 الدوال الذاتية والقيم الذاتية

9-2 الكميات الملاحظة

10-2 القيمة المتوقعة

11-2 التفاوت (التغاير)

12-2 معادلة الحركة وثابت الحركة

13-2 التعددية

12-2 احفاظ الاحتمالية وكثافة تيار الاحتمالية

13-2 الحالات المكمة

14-2 التماثل

### الفصل الثالث- الانظمة الكمية البسيطة (الجسيم الحر)

1-3 مقدمة

2-3 الجسيم الحر

3-3 معادلة شرودينكر في بعد واحد

4-3 حاجز الجهد (ارتفاع محدود ولا نهائي)

1-4-3 جسيم في صندوق الجهد في بعد واحد

2-4-3 جسيم في صندوق الجهد في ثلاث ابعاد

5-3 كثافة الحالات

6-3 الانعكاس والنفوذ من خلال حاجز الجهد

7-3 جهد البئر

### الفصل الرابع-المتذبذب التوافقي البسيط

1-4 مقدمة

2-4 دالة هاملتون

3-4 حل معادلة شرودينكر

4-4 المعالجة التحليلية (القيم الذاتية والدوال الذاتية)

5-4 المعالجة باستخدام المؤثر ارت (القيم الذاتية والدوال الذاتية)

6-4 مقارنة النظرية الكلاسيكية مع النظرية الكمية

### الفصل الخامس-الذرات احادية الالكترون (الجهد المركزي)

1-5 مقدمة

2-5 الجهد المتناظر كرويا

3-5 معادلة شرودنكر

4-5 حل معادلة شرودينكر باستخدام طريقة فصل المتغي ارت

5-5 دوال الموجة

1-5-5 الجزء الزوالي

2-5-5 الجزء السمتي

3-5-5 التوافقيات الكروية

4-5-5 الجزء القطري

6-5 ذرة الهيدروجين (دوال الموجة ومستويات الطاقة)

7-5 الزخم ال ازوي

8-5 البرم

9-5 مصفوفات باولي

### الفصل السادس-طرق التصحيح)نظريات التقريب)

1-6 مقدمة

2-6 نظرية الاضطراب غير المنحلة غير المعتمدة على الزمن

3-6 نظرية الاضطراب المنحلة غير المعتمدة على الزمن

4-6 تطبيقات

5-6 طريقة التباير

6-6 تطبيقات

### المصادر

1- الكتاب المقرر: -الميكانيك الكمي/ جاسم الحسيني وعبد السلام عبد الامير/1981.

2- الكتب المساعدة: -

أ) Introduction to Quantum Mechanics\ Matthews\1984. ب)

ميكانيكا الكم/محمد نبيل يس البكري وصلاح الدين يس البكري/2014.

ج) اساسيات ميكانيك الكم . سالم حسن الشماع، أمجد عبد الرازق كريجه-1988.

ح) مقدمة في ميكانيك الكم . هاشم عبود، ضياء/ 1985.

## الفصل الاول الاسس الفيزيائية

### لميكانيك الكم

#### 1-1 المقدمة

سنحاول في هذا الفصل الوقوف على الاسباب التي تدعونا الى استخدام ميكانيك الكم. الذي يعود اليه الفضل في تط وير معظم فروع الفيزياء الحديثة.

#### 2 ميكانيك الكم 1- Quantum mechanics

يمكن تعريف ميكانيك الكم بأنه الاداة النظرية المستخدمة لد ارساة الانظمة المجهرية (microscopic systems) مثل الانظمة الذرية والنووية. اذن هذا النوع من الميكانيك يعالج الظواهر التي تنشأ عن أنظمة دقيقة لا ترى بالعين المجردة. اما نظيره الميكانيك الكلاسيكي فيستخدم لد ارساة وتحليل الانظمة الكبيرة (macroscopic systems).

#### 3-1 الحاجة الى ميكانيك الكم. Necessity of Q.M.

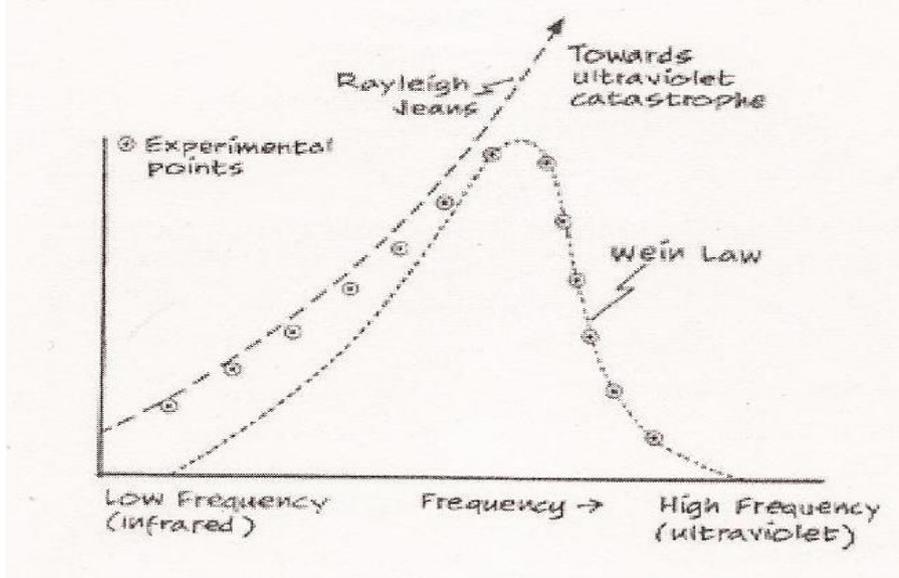
أن ضرورة ميكانيك الكم ناشئة بسبب فشل الفيزياء الكلاسيكية (ميكانيك نيوتن والنظرية الكهرومغناطيسية القديمة) في تفسير العديد من الظواهر الفيزيائية مثل اشعاع الجسم الاسود black-body radiation، استقار الذرة atom stability، الظاهرة الكهروضوئية photo-electric effect، تأثير كومبتن Compton effect، توليد الزوج pair production، فناء المادة annihilation matter، توليد الخطوط الطيفية للأشعة السينية x-ray linear spectral.

#### 4-1 الظواهر التي لم تتمكن الفيزياء الكلاسيكية من تفسيرها

#### 1-4-1 اشعاع الجسم الاسود Black body radiation

أن أفضل جسم اسود يمكن تصويره هو فجوة cavity في اي جسم جد ارنها عند درجة ح اررة معينة. الذارت المكونة لجد ارن الفجوة تبعث وبنفس الوقت تمتص اشعاعا كهرومغناطيسي. وعندما يصل مقدار الاشعاع الذي تبعثه الذارت الى نفس مقدار الاشعاع الذي تمتصه تصل الفجوة الى حالة الات ازن الاشعاعي radiation equilibrium. اثبتت التجربة انه في حالة الات ازن يمتلك الاشعاع منحنى توزيع طاقة محدد،

اي لكل تردد هناك كثافة طاقة معينة تعتمد بشكل ضعيف على درجة ح اررة جد ارن الفجوة ولا تعتمد على مادة الفجوة. ان تغير كثافة الطاقة كدالة للطول الموجي موضحة في الشكل ادناه.



حاول العديد من العلماء تفسير هذا المنحني مستخدمين افكار الفيزياء الكلاسيكية لكنهم فشلوا في ذلك، ومن هذه المحاولات:-

### 1- محاولة فين Wine

قدم العالم Wine العلاقة الرياضية التالية لوصف منحني توزيع كثافة الطاقة اعلاه:

$$E(\lambda)d(\lambda) = \lambda^{C_1} e^{C_2/\lambda T} d\lambda \quad (1)$$

حيث ان  $C_1$  و  $C_2$  ثابتان،  $\lambda$  هو الطول الموجي و  $T$  درجة الح اررة. ولكن فشلت هذه العلاقة، والتي تدعى بقانون Wine للإشعاع في تفسير منحني توزيع كثافة الطاقة عند الترددات الواطئة (الطول الموجي الطويل).

### 2- محاولة اريلي Rayleigh

قام العالم Rayleigh بتقديم محاولة اخرى لوصف اشعاع الجسم الاسود حيث قام باشتقاق العلاقة الرياضية التالية لوصف توزيع كثافة الطاقة كدالة للتردد:

$$E(\lambda)d(\lambda) = \frac{8\pi^4 kT}{\lambda^5} d\lambda \quad (1-2)$$

$d\lambda$  حيث ان  $K$  ثابت بولتزمان Boltzman. ومرة اخرى تفشل العلاقة (1-2) في تفسير المنحني

عند الترددات العالية) الطول الموجي القصير ( وقد سميت هذه العلاقة بقانون Rayliely-Jeans

للإشعاع.

وهكذا بقي منحني كثافة الطاقة الاشعاعية للجسم الاسود بدون تفسير مقنع حتى العام 1900 حيث قدم العالم ماكس بلانك Max Planck تفسي ار دقيقا للمنحني مستخدما افكا ار جديده. حيث افترض ما يلي: -  
ا- تتصرف ذرات جد ارن الفجوة وكأنها متذبذبات ذرية وكل منها يهتز بتردد معين)  $\nu$ ).

ب- كل متذبذب يمتص أو يبعث الإشعاع بمقدار يتناسب فقط مع تردده اي ان:

$$E = h \nu \quad (3-1) \dots\dots\dots$$

E هي الطاقة المنبعثة او الممتصة من قبل الذرة و h هو ثابت التناسب وهو نفسه لجميع المتذبذبات.  
من خلال ذلك نستنتج بأن المتذبذبات حينما تمتص أو تبعث الإشعاع الكهرومغناطيسي فإن طاقتها تزداد او تقل بمقدار  $(h\nu)$  . لذلك فان العلاقة) 3-1( تشير ضمناً الى ان طاقة المتذبذبات تكون مكممه (quantized) . اي ان:

$$E_n = \dots\dots\dots(4 \quad -1)$$

من  $h \nu$  وباستخدام هذه الافكار (أفكار التكميم) تمكن Planck من التعبير عن كثافة طاقة اشعاع الجسم الاسود بالعلاقة الاتية:

3

$$E(\nu) d\nu = 8 \frac{\pi^5 c^3 h^3 \nu^3}{15} \dots\dots\dots(5-1)$$

هذه العلاقة  $eh\nu/dkT\nu$  والتي تدعى بقانون Planck للإشعاع) والتي وافقت المنحني السابق بشكل مضبوط ولجميع الترددات عندما كانت قيمة الثابت h مساوية الى  $10 \times 6256.6^{-34} \text{ j.s}$  والذي سمي فيما بعد بثابت بلانك.

مثال: عبر عن كثافة الطاقة الاشعاعية للجسم الأسود، أي المعادلة) 5-1(، بدلالة الطول الموجي.

الحل:  
ليكن:

$$E(\nu) d\nu = - E(\lambda) d\lambda \quad \text{بما ان:}$$

$$c \nu = \lambda$$

$$d\nu = - \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

بتعويض العلاقة (1-5) نحصل على:

$$E(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi hc}{5} \frac{d\lambda \lambda^5 e^{-hc/\lambda KT}}{hc/\lambda KT}$$

**مثال:** أثبت أن قانون بلانك يمكن ان يختزل الى قانون فيين للإشعاع عند الترددات العالية والى قانون اربلي-جينز للإشعاع عند الترددات الواطئة .

**الحل:**

(ا) لقيم  $\nu$  العالية (أي لقيم  $\lambda$  الواطئة) فإن:

$$e^{hc/\lambda KT} \gg 1 \quad \text{لذا:}$$

$$E(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi hc}{5} e^{-hc/\lambda KT} d\lambda$$

ب) لقيم  $\nu$  الواطئة (أي لقيم  $\lambda$  العالية) فإن:

$$e^{hc/\lambda KT} - 1 \approx \frac{hc}{\lambda KT}$$

لذا:  $\lambda KT$

$$E(\lambda)d\lambda = 8 \frac{\pi KT}{\lambda^4} d\lambda$$

## 2-4-1 استقرار الذرة Atom Stability

وفقاً لمفاهيم الفيزياء الكلاسيكية، تعتبر الذرة نظاماً غير مستقر. لان الالكترون يغير من اتجاه سرعته أثناء دوارنه حول النواة ولذلك فهو شحنة معجلة. وتنص النظرية الكهرومغناطيسية القديمة على ان اي جسيم مشحون ومعجل يبعث طاقة كهرومغناطيسية. لذلك فإن الالكترون يخسر بعض من طاقته بسبب بعثه للطاقة وهذا يتطلب ان يقترب من النواة وبمسار حلزوني حتى يصطدم بالنواة {  $-\frac{2\pi\epsilon^1}{4} \cdot 2^e r$  } وهذا يشير الى أن الذرة نظام غير مستقر. لكن هذا هو خلاف الحقيقة إذا ان النواة نظام مستقر لا يبعث اشعاعاً في الظروف الاعتيادية مالم يكون هناك محف أز خارجياً كدرجة الحرارة مثلاً.

وهكذا نجد ان الفيزياء الكلاسيكية قد فشلت مرة اخرى في تفسير استقرار الذرة. تمكن العالم Bohr

في تجاوز هذه المشكلة مستخدماً افكار كمية حيثى افترض:-

1. الزخم الازوي (L) للاكترون الدائر حول النواة عبارة عن عدد صحيح مضروباً في قيمة ثابتة يرمز لها بالرمز  $\hbar$  ويساوي  $h/2\pi$  أي أن:

$$L = n\hbar$$

2. يحدث الاشعاع عندما يقفز الالكترون من مدار طاقته  $E_1$  الى اخر طاقته  $E_2$  وتردد يعطى بالعلاقة:-

$$\nu_{12} = (E_2 - E_1) / h$$

الان وفقاً لفرضية بور الاولى يمكن كتابة الزخم الازوي بالشكل:-

$$L_n = m r_n^2 \omega_n = n \hbar \quad \dots\dots\dots(6-1)$$

حيث أن n هو عدد صحيح موجب يمكن ان يتخذ القيم 1، 2، 3، ..... و ان  $r_n$  هو نصف قطر المدار المتميز بالعدد n و  $\omega_n$  هو التردد الازوي للاكترون في ذلك المدار. أن قوة كولوم (Coulomb) يجب أن تتعامل مع قوة الطرد المركزي لأجل ان يبقى الالكترون مستقر في مداره.

لذلك ولذرة معينة مثل الهيدروجين يمكن كتابة العلاقة:-

$$\pi \epsilon_0 \cdot e r_n^2 = m \omega_n^2 r_n \quad \dots\dots\dots(7-1)$$

4. عند حل العلاقة (6-1) بالنسبة الى  $\omega_n$  وتعويض النتيجة في العلاقة (7-1) يمكن الحصول على:

$$r_n = \sqrt[4]{\frac{\pi \epsilon_0 e^2 \hbar^2}{m e^2}} n^2 \quad \dots\dots\dots(8-1)$$

$$W_n = \frac{1}{3} \dots\dots\dots(9-1)$$

يمكن ملاحظة أن الالكترون يمكن أن يتخذ عدد غير منتهي من المدارات كل منها متميز بالعدد n .

لنحاول الان أيجاد الصيغة الرياضية للطاقة الكلية للإلكترون ذرة الهيدروجين في مدار معين متميز بعدد صحيح موجب (n). كما هو معروف فإن الطاقة الكلية للإلكترون و ن عبارة عن مجموع كل من الطاقة الحركية

الطاقة الكامنة والحركية بالصيغة:-  
 الطاقة الكامنة  $( - \frac{2\pi\epsilon^1_0 \cdot e_r}{4} )$  . باستخدام العلاقات ( 8-1 ) و ( 9-1 ) يمكن كتابة

$$V_n = - \frac{16\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2}{n^2} \quad (10-1)$$

$$T_n = \frac{32\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2}{n^2}$$

.....  
 .....(11)

-1) -

وعليه فأن:

$$E_n = T_n + V_n = - \frac{32\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2}{n^2}$$

وفقاً لفرضية Bohr الثانية فأن الخسارة في طاقة الالكترن عندما يقفز من

$$n_2 \text{ إلى } n_1$$

مدار  $n_1$  الى اخر  $n_2$  هي:

$$\Delta E_{12} = E_2 - E_1$$

$$\Delta E_{12} = \frac{32\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2}{n_1^2} - \frac{32\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2}{n_2^2} \quad (12-1)$$

وتردد الطاقة المنبعثة هو:

$$\nu_{12} = \frac{32\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2}{8\pi h^3} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (13-1)$$

الموجي  $\nu$  يعرف على انه عدد الموجات في المتر الواحد، وعليه يمكن أن نحصل على :-

$$\nu_{12} \lambda_{12} = c$$

$$\lambda_{12} = \frac{c}{\nu_{12}}$$

$$\lambda_{12} = \frac{8\pi h^3}{32\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)^{-1} \quad (14)$$

$$\lambda_{12} = \frac{8\pi h^3}{32\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)^{-1}$$

$$\lambda_{12} = \frac{8\pi h^3}{32\pi^2 m e^4 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)^{-1}$$

$$\nu_{12} = c \cdot \frac{1}{\lambda_{12}} = \frac{8\epsilon_0^2 ch^3}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left( \frac{1}{n_{22}} - \frac{1}{n_{12}} \right) \dots\dots\dots(14-1)$$

وتدعى الكمية  $8\epsilon_0^2 ch^3$  بثابت رايدبرك Rydberg constant ويرمز لها بالرمز  $R_H$  .  $me^4$

### 3-4-1 التأثير الكهروضوئي Photo-Electric Effect

- الظاهرة الكهروضوئية هي عملية ازالة الالكترونات من المعادن بتأثير الاشعاع الكهرومغناطيسي. حيث تسمى الالكترونات المنبعثة بالالكترونات الضوئية Photoelectrons. وتتميز هذه الظاهرة بما يلي: -
- a- هنالك تردد عتبه Threshold frequency ( $\nu_0$ ) دونه لا يحدث انبعاث مهما كانت شدة الاشعاع الساقط.
  - b- تمتلك الالكترونات الضوئية طاقة حركية تساوي ( $E_r - W_0$ ) حيث ان  $E_r$  طاقة الاشعاع الساقط و  $W_0$  الطاقة اللازمة لفصل الالكترون من المعدن.
  - c- بعض الالكترونات الضوئية تغادر سطح المعدن بعد فتره زمنية مقدارها  $10^{-8}$  sec .
- وهنا ايضا فشلت الفيزياء الكلاسيكية في اعطاء تفسير مقنع لهذه الظاهره حيث:-

1- لم تستطع إعطاء أي تفسير لتردد العتبه.

2- تنص على أن الالكترونات تغادر سطح المعدن بطاقة حركية مساوية للصفر.

3- تشير الى ان الزمن اللازم لا متطاص الطاقة  $W_0$  من قبل الالكترونات الضوئية هو 10 sec .

في حدود عام 1905 تمكن العالم انشتاين Einstein من تفسير هذه الظاهره، حيث أفترض بأن الاشعاع يتالف من جسيمات الكتله السكونية لها تساوي صفر سميت بالفوتونات (Photons) . تتصرف هذه الفوتونات مع الالكترونات بطريقه مشابهه لتصرف المتذبذبات الذرية مع اشعاع الجسم الاسود والتي افترضت من قبل العالم بلانك Planck وطاقة الفوتون المنفرد هي  $(E = hv = \hbar\omega)$  وان الالكترونات الضوئية تنبعث نتيجة التصادم بين الفوتونات والالكترونات حيث تمتص الاخيره طاقة الفوتونات. لذلك يمكن كتابة الطاقة الكلية للالكترون المنفرد بالصورة الاتية:-

$$hv = W_0 + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{or}$$

$$\dots\dots\dots(15-1)$$

$$hv = hv_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

العلاقة (15) هي علاقة Einstein المعروفة والتي تفسر الظاهرة الكهروضوئية بشكل جيد. ومن هذه العلاقة يمكن أستنتاج ما يلي:-

1. تبعث الالكترونات الضوئية فقط إذا كانت طاقة الفوتون أكبر من  $W_0$  ( اي  $v > v_0$  ).

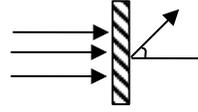
2. إذا كان تردد الفوتون الساقط  $v$  اكبر من  $v_0$  فإن الالكترونات الضوئية تبعث بطاقة حركية مساوية الى

$$. (hv - W_0)$$

#### 4-4-1 تأثير كومتن Compton Effect

تأثير كومتن او كما يسمى احيانا باستطارة كومتن Compton scattering مفاده ان الاشعة السينية اذا مرت خلال صفيحة معدنية فان بعضا منها يستطار بحيث الاشعاع المستطار يختلف في طول موجته عن الاشعاع الساقط . فاذا كان  $\lambda$  طول موجة الاشعاع الساقط و  $\lambda'$  طول موجة الاشعاع المستطار خلال الازوية  $\theta$  فالتجارب تعطينا لتغير طول الموجة النتيجة التالية:

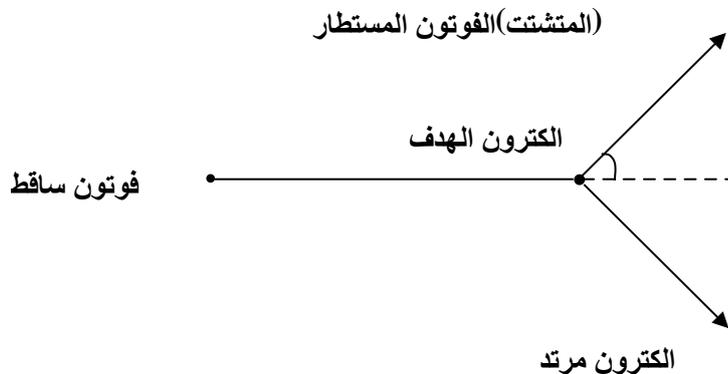
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta)$$



حيث ان  $c$  هي سرعة الضوء في الف ارغ و  $m_0$  كتلة السكون للإلكترون و  $h$  هو ثابت بلانك. من المعروف ان التأثير اعلاه ينتج عن استطارة الاشعة السينية من قبل الالكترونات الحرة في المعدن لكن النظرية الكلاسيكية عجزت عن تقديم التفسير الصحيح للتغير الحاصل في طول موجة الاشعاع والذي تعطيه المعادلة اعلاه وفي الحقيقة فان استطارة كومتن هي دعم للنظرية الكمية اذا اعتبرنا الاشعاع عبارة عن جسيمات ذات طاقة مكممة ( $quantized$ ) تساوي  $h\nu$  وتستطيع ان تتفاعل مع المادة دون ان تمتص. ومن مبدأ تكافؤ الكتلة والطاقة فان طاقة الفوتون  $h\nu$  تعادل كتلة مقدارها  $h\nu/c^2$ . وحيث ان الفوتون يتحرك بسرعة الضوء  $c$  فينبغي ان يكون له زخم مقداره:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

حيث  $\lambda$  هي طول موجة الاشعة السينية. وقد اعطى كومتن الفوتونات خصائص ميكانيكية كالطاقة والزخم والكتلة اثناء تصادمها مع الالكترونات الحرة في المادة واعتبر التصادم مرنا  $elastic\ collision$  بحيث يمكن استخدام انحفاظ الزخم والطاقة في عملية التصادم بين الفوتون الساقط والالكترون الحر في المادة. ومن قانون حفظ الطاقة والزخم يمكن اشتقاق معادلة تشتت كومبتن حيث نفرض ان فوتون ساقط طاقته  $h\nu$  وزخمه  $h/c$  تصادم تصادما مرنا مع الالكترون ساكن حر طاقته السكونيه  $m_0c^2$ ، بعد التصادم يستطير الفوتون ب ازاوية مقدارها  $\theta^\circ$  فتصبح طاقته وزخمه بعد التصادم  $h\nu'$  ,  $h/c'$



وباستخدام قانوني انحفاض الزخم والطاقة لعملية تصادم كومبتن نحصل على:

$$h\nu - \frac{h\nu'}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos\theta + p_e \cos\varphi \quad (16-1)$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin\theta - p_e \sin\varphi \quad (17-$$

1)

$$h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + w_e \quad (18-1)$$

ويمكن حذف زاوية ارتداد الالكترن  $\varphi$  من المعادلتين (16-1) ، (17-1)

$$h\nu - \frac{h\nu'}{c} \cos\theta + \frac{h\nu'}{c} = p_e$$

نضرب المعادلة اعلاه في  $c$  واطرافه وطرح الحد  $h^2\nu\nu'$  الى طرفها الايسر يمكن ان نكتب

$$h^2(\nu - \nu')^2 + 2h^2\nu\nu'(1 - \cos\theta) = p_e^2 c^2 \quad (19-1)$$

اما حل المعادلة (18-1) لـ  $w_e$  وتربيع الناتج فيعطينا

$$h^2(\nu - \nu')^2 + 2h^2\nu\nu' m_0 c^2 + m_0^2 c^4 = w_e^2 \quad (20-1)$$

وحيث ان طاقة الالكترن الكلية  $w_e$  ،  $p_e$  يرتبطان تبعا لمبادئ النظرية النسبية (21-1)

$$w_e^2 = p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

عندئذ يمكن حذف  $w_e$  ،  $p_e$  وذلك بطرح المعادلة (19-1) (من المعادلة) 20-1) ومن ثم التعويض عن  $w_e$

بالكمية  $2p_e^2 c^2$  لنحصل على

$$2h^2(\nu - \nu')m_0 c^2 = 2h^2\nu\nu'(1 - \cos\theta)$$

والتي بالامكان كتابتها على النحو التالي

$$\frac{(\nu - \nu')}{\nu\nu'} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta)$$

يمكن بسهولة ان نبين ان المقدار في الطرف الايسر من المعادلة اعلاه يساوي  $(\lambda' - \lambda)$  واخيرا نحصل على

المعادلة الخاصة باستطارة كومبتن

$$\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) \quad (22-1)$$

يتبين من المعادلة (1-22) ان التغير في طول الموجة لا يعتمد على طول موجة الفوتون الساقط وانما يعتمد فقط على زاوية الاستطارة  $\theta$ . ولهذا نجد ان نظرية الفوتونات للتموجات الكهرومغناطيسية قد نجحت في تفسير النتائج التجريبية في ظاهرة استطارة كومتن.

#### 1-4-5 الخط الطيفي للأشعة السينية x-ray linear spectral

من المعلوم ان الالكترونات ذات الطاقات العالية في انبوب الاشعة السينية تستطيع ان تولد فوتونات اشعة سينية بطاقة عظمى محددة، وهي ظاهرة لا يمكن تفسيرها الا على اساس ان الاشعاع الكهرومغناطيسي يتصرف كفوتون عند تفاعله مع المادة. اذا تحرك الكترون بين فرق جهد مقداره  $V$  فان طاقته لحركية المكتسبة تساوي  $eV$  وعلى ذلك فان اكبر طاقة يستطيع أن يفقدها بطبيعة الحال هي ايضا  $eV$  والتي تتحول الى فوتون الاشعة السينية ذو الطاقة العظمى  $h\nu_{max}$  حسب نظرية الفوتونات للاشعاع. عندئذ يمكن كتابة:

$$h\nu_{max} = eV \quad (23-1)$$

$$\nu_{max} = \frac{h}{c} \quad (24-1)$$

$$\nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}} \quad (25-1)$$

$$\lambda_{min} = \frac{ch}{eV} \quad \longrightarrow \quad \lambda_{min} = \frac{12394}{V} \text{ \AA} \quad (26-1)$$

حيث يسمى  $\lambda_{min}$  بطول موجة الاشعة الصغرى.

#### 1-6 الطبيعة الازدواجية للإشعاع والمادة Natural Duality of Radiation and Particle

- I. يقصد بازدواجية الاشعاع بان الاشعاع يتصرف كموجه في بعض الظواهر مثل التداخل والحيود بينما يتصرف كجسيم في ظواهر اخرى مثل الظاهرة الكهروضوئية.
- II. أفترض العالم دي برولي بأن هناك موجه تصاحب اي جسيم متحرك بسرعة  $v$ ، طولها الموجي يعطى بالعلاقة:-

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \quad (27-1)$$

عليه طالما كانت فرضية دي برولي صحيحة فهذا يعني ان الجسيم يتصرف كإشعاع وبذلك له طبيعة ازدواجية.

مثال 3/ باستعمال معادل (1-6) و (1-27) ، بين بان طول محيط مدار ذرة الهيدرجين في موديل بور يعطى بالمعادلة (1-28)

$$2\pi r_n = n\lambda \quad (1-28)$$

**Solution:**

$$\begin{aligned} L &= mv r_n = n\hbar \\ &= n h / 2\pi \\ \implies 2\pi r_n &= n h / mv \\ &= n h / p \\ &= n\lambda \end{aligned}$$

$$\therefore 2\pi r_n = n\lambda$$

### 7-1 مبدأ اللادقة لهايزنبرك Heisenberg Uncertainty Principle

ينص هذ المبدأ على عدم إمكانية تحديد بدقة وبنفس الوقت قيم ثنائي خاص من المتغيرات الفيزيائية والتي تصف سلوك نظام ذري، وان مقدار حاصل ضرب اللاتعيين في قيم هذه المتغيرات يساوي على الاقل المقدار  $\hbar$  ( . ورياضياً فأن :

$$\Delta a. \Delta b \geq \hbar$$

حيث أن  $\Delta a$  هو اللاتعيين في تحديد المتغير  $a$  و  $\Delta b$  هو اللاتعيين في تحديد المتغير  $b$  . من الامثلة على هذه الثنائيات، الاحداثي الكارتيزي  $x$  ( لجسيم والزخم الخطي المقابل له  $P_x$  ) ، مركبة الزخم الزاوي لجسيم  $L_z$  ( وموقعه الزاوي  $\varphi$  ) ، الطاقة  $E$  ( لجسيم والزمن  $t$  ) المقاسه عنده. و عليه فأن:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x. \Delta p_x &\geq \hbar \quad \dots (a) \\ \Delta \varphi. \Delta L_x &\geq \hbar \quad \dots (b) \\ \Delta E. \Delta t &\geq \hbar \quad \dots (c) \end{aligned} \right\} \quad (18-1)$$

أن المعنى الفيزيائي للعلاقة (1-18a) هو كما يلي: لا يمكن تحديد مركبة الزخم الخطي لجسيم  $p_x$  بدقة متناهيه دون خسارة كل المعلومات المتعلقة بموقعه والعكس صحيح لا يمكن تحديد موقع حسيم  $x$  ( بدقة دون خسارة كل المعلومات عن زخمه الخطي. كما ان حاصل ضرب اللاتحديد في تعيين قيم هذه المتغيرات أنياً يساوي على الاقل  $\hbar$  . )

**H.w** 1- What is the physical meaning of equations (1-18b) and (1-18c)?

ما المعنى الفيزيائي للمعادلة (1-18b) و (1-18c)

2-Use any method to drive equation (1-18a).

استعمل اي طريقة للاشتقاق المعادلة (1-18a).

3-Use equation (1-18a) to obtain equation (1-18b).

استعمل المعادلة (1-18a). للحصول على المعادلة (1-18b).

### 8-1 مبدأ التقابل Correspondence Principle

ينص هذا المبدأ والذي أفترض من قبل بور Bohr ان نتائج فيزياء الكم تصبح متفقة مع نتائج الفيزياء الكلاسيكية في الغاية التي يمكن فيها اهمال ثابت بلانك.

**Example 4:** Use the uncertainty principle to show the Impossibility of Finding the Electron Inside Nucleus?

باستعمال مبدأ اللادقة اثبت استحالة وجود الالكترون داخل النواة؟

#### **Solution:**

بما ان قطر النواة هو حدود  $10^{-14}m$  فهذا يعني بان اللاتحديد في تعيين موقع الالكترون في داخل النواة

(فرضاً) لايزيد عن قطر النواة اي ان  $\Delta x \approx 10^{-14}m$

$$\therefore \Delta x \Delta p \geq \hbar$$

وعليه يكون الا تحديد في زخمه

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1.054 \times 10^{-34}}{10^{-14}} = 1.054 \times 10^{-20} \text{ kg m s}^{-1}$$
$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$
$$p^2 c^2 \gg m_0^2 c^4$$

$$\therefore E = p c$$

$$\therefore \Delta E = \Delta p c$$

$$1.05 \times 10^{-20} \times 3 \times 10^8 \approx 20 \text{ MeV}$$

بما ان معدل طاقة الربط الموجوده داخل النواة تقدر بحوالي 8 MeV وهذه القيمة اقل بكثير من طاقة الالكترون

20 MeV ولهذا السبب لايصح وجود الالكترون داخل النواة.

### تمارين الفصل الاول

1) باستعمال الطريقة الكلاسيكية ، بين لإلكترون ذرة الهيدروجين:

a) طاقة الجهد (الطاقة الكامنة) يعطى بالعلاقة  $^2V(r) = \frac{e^{-1}}{4\pi\epsilon_0 r}$

b) الطاقة الكلية تعطى بالعلاقة  $^2E = \frac{e^{-1}}{8\pi\epsilon_0 r}$

c) المعنى الفيزيائي للإشارة السالبة في كل من فرع a) و فرع b)

2) لإلكترون ذرة الهيدروجين في المدار الاول:

a) بين بان نصف قطر المدار يساوي  $r_1 = 0.53 \text{ \AA}$

b) احسب السرعة الزاوية والخطية.

c) برهن بان النسبة حوالي  $n/^{3-}10 \times 7$

3) احسب طول موجة دي برولي لكل من،

a) مقذوف يمتلك كتلة مقدارها  $0.1 \times 10^{-3} \text{ kg}$  وسرعة مقدارها  $3 \times 10^7 \text{ m/s}$

b) الكترون معجلة بواسطة فرق جهد مقداره  $100 \text{ V}$

4) بين بأن موجة دي برولي المصاحبة لإلكترون معجل من السكون هي  $\lambda = 12.27/\sqrt{V} (\text{\AA})$

5) ناقش العبارة الاتية " الفوتون هو المكون الاساسي للشعاع".

6) أحسب عدد الفوتونات التي تشكل طاقة مقدارها  $625.6 \text{ J}$  لاشعاع يمتلك تردد مقداره  $10^{17} \text{ Hz}$

7) مع أي سرعة يجب أن يسافر الإلكترون بحيث يكون زخمه مساوياً لفوتون طول الموجة  $\lambda = 5200 \text{ \AA}$

8) ناقش المعادلة  $2\pi r_n = n\lambda_n$ .

9) ما المعنى الفيزيائي للمعادلات الآتية:

$$\varphi. \Delta L_x \geq \hbar(a)$$

$$\Delta E. \Delta t \geq \hbar(b)$$

10) استعمل المعادلة  $\Delta x. \Delta p_x \geq \hbar$  لإيجاد المعادلة  $\Delta E. \Delta t \geq \hbar$

### Exercise of Chapter One

1) By using the classical methods, show that for an electron in hydrogen atom;

a) The potential energy is  $V(r) = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$

b) The total energy is  $E = - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$

c) What is the physical meaning of the minus sign in (a) and (b)

2) An electron in hydrogen atom in its first orbit,

a) Show that the radius is  $r_1 = 0.53 \text{ \AA} = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$ .

b) Calculate its angular and linear velocity.

c) Prove that the ratio is about  $7 \times 10^{-3} / n$ .

3) Compute the De Broglie wave length for,

a) A projectile having a mass  $1.0 \times 10^{-3} \text{ kg}$  and its velocity is  $3 \times 10^7 \text{ m/s}$ .

b) Electron accelerated by a potential difference 100V.

4) Show that the length of De Broglie wave associated with an electron accelerated from the rest is ;  $\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \text{ (\AA)}$

5) Discuss the statement “Photons is the basic constituents of radiation”.

6) Calculate the number of photons that will make up 6.625 J of energy for a radiation having frequency  $10^{17} \text{ Hz}$ .

- )7 With what velocity must an electron travel so that its momentum is equal to that of a photon with wavelength of  $\lambda = 5200 \text{ \AA}$ .
- )8 Discuss the equation  $2\pi r_n = n\lambda_n$ .
- )9 What is the physical meaning of the following equations?  
a)  $\Delta\varphi \cdot \Delta L_x \geq \hbar$     b)  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$
- )01 Use the equation  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$  to obtain the equation  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$