الفصل الثاني / الترابط في المواد الصلبة وانواع الاواصر

(2-1)التاصر Bonding

تعتمد الكثير من الخواص الفيزيائية والكيميائية للمواد الصلبة على نوع وشدة القوى الكهربائية التي تربط ذرات المادة بعضها الى بعض ويطلق على هذه القوى الرابطه بالاصره (Bond).

ان حساب طاقة الترابط في البلورة يتطلب معرفة نوع القوى والتاصر الذي يحدث بين الذرات. حيث ان دراسة القوى الرابطة تمكننا من تفسير الكثير من الخواص الفيزيائية للمواد الموصلة والعازلة واشباه الموصلات .

لقد وجد ان قوة الاصرة تتغير بتغير الاتجاه في البلوره وكذلك تتناسب طرديا مع صلابة المواد الفلزية ، اي انه كلما كانت الاصره قويه كلما زادت صلابة الفلز.

هناك نوعين أساسين من الاواصر:

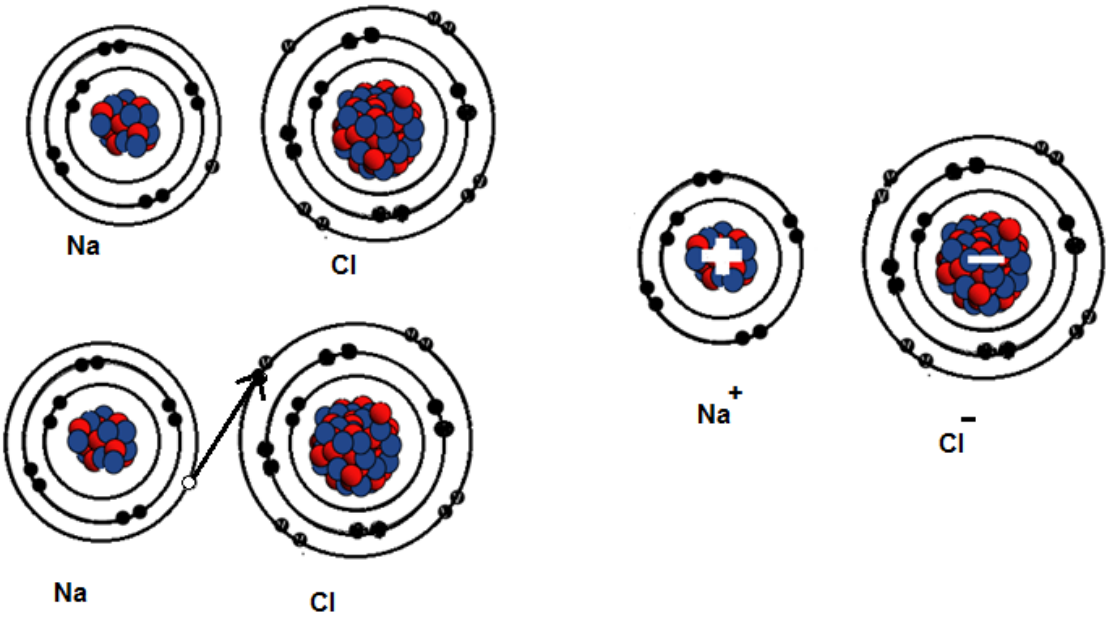
أ- الاواصر الرئيسيه : وتشمل

1- الاواصر الايونية 2- الاواصر التساهمية 3-الاواصر الفلزية

ب- الاواصر الثانويه: وتشمل قوى فاندرفالز وكذلك تضم انواع عديده من اواصر ضعيفه ولكن لها قوة جذب مهمه للعديد من المواد.

(2-1-1) الاصرة الايونيه Ionic bond

وهي القوه التي تربط بين الايون الموجب والايون السالب . مثال ذلك كلوريد الصوديوم NaCl . فعندما تتحد ذرة الصوديوم Na مع ذرة الكلور Cl ، ينتقل الكترونا واحدا من الغلاف الخارجي لذرة الصوديوم ($Na = 1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^1$) (الى الغلاف الخارجي لذرة الكلوريد ($Cl = 1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2\ 3P^5$) . يطلق على ذرة الصوديوم التي تفقد الكترونا بالايون الموجب للصوديوم Na^+ (Anion) بينما يطلق على ذرة الكلور التي تكتسب الالكترون بالايون السالب للكلور (cation) Cl^- ، ويوضح الشكل (2-1)رسما تخطيطيا لاتحاد ذرة الصوديوم بذرة الكلور بطريقة الانتقال الالكتروني لتكوين بلورة كلوريد الصوديوم.



شكل (2-1)

تعتبر الاواصر الايونيه من اقوى الاواصر بمقارنتها بالاواصر الاخرى اذ ان طاقة ربط زوج من الايونات فيها يساوي (5 ev) ويرجع ذلك الى التاثير الكبير لقوة كولوم في هذه الاواصر.

تمتاز المواد الصلبة الناتجة عن الترابط الايوني:

1- بالصلابة المتوسطة والوزن النوعي المتوسط .

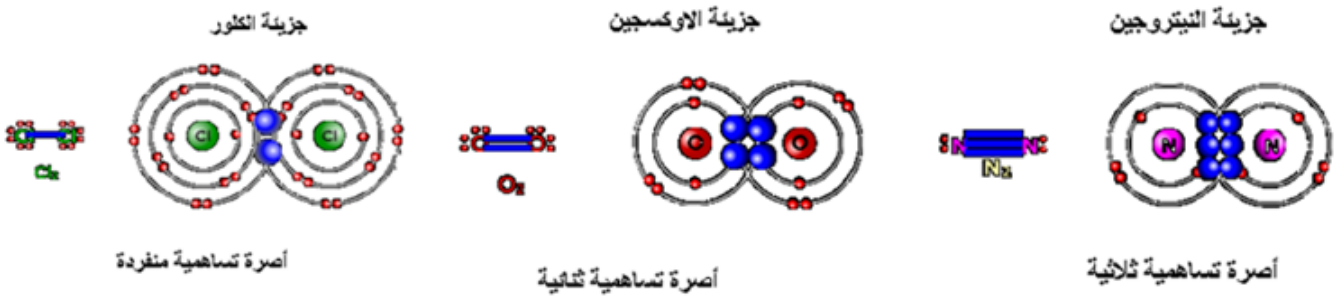
2- درجة انصهار عالية .

3- غالبا ماتكون هذه المواد ذات توصليه رديئه للكهربائيه والحراره ،اما اذا اذيبت هذه المواد في محاليل خاصه فتظهر لهذه المحاليل خاصية التوصيل الكهربائي حيث انها تتاين في مذيباتها فيحتوي المحلول على ايونات حره تساعد على التوصيل الكهربائي.

(2-1-2) الاصرة التساهمية Covalent bond

يطلق على القوة الرابطة الناتجة من اشتراك ذرتان متجاورتان في الكتروناتها لاشباع غلافيها الخارجيين ليصبح تركيبها مستقرا شريطة ان لايحدث انتقال بالالكترونات . ويمثل الترابط التساهمي بالكترونين يوضعان بين الذرتين كما موضح بالشكل (2-2).تعد جزيئة الكلور Cl_2 أفضل الامثلة لهذا النوع من التاصر،حيث تحتوي كل ذرة كلور ($Cl = 1S^2\ 2S^2\ 2P^6\ 3S^2\ 3P^5$) على

سبعة الكترونات في غلافها الخارجي ، فعند اشتراك ذرتي Cl في الكترونين من اغلفتها الخارجية في وقت واحد تتكون الاصرة التي تدعى بالاصرة التساهمية (شكل (2-2)). لايقصر الامر على ارتباط ذرات متشابهة لحالة التاصر التساهمي بل قد يتعدى ذلك الذرات غير المتشابهة مثل الهيدروجين والكلور.



الشكل (2-2)

تتميز المواد التي ترتبط ذراتها بالاصرة التساهمية بأنها:

1- غير قابلة للذوبان بصفة عامة.

2- مستقرة.

3- ذات درجات انصهار ودرجات غليان عاليتين جدا.

4- لاتعطي هذه المعادن اية أيونات في المحاليل التي تكونها، وعلى ذلك فهي رديئة للتوصيل الكهربائي في كلتا الحالتين السائلة والصلبة.

(2-1-3) الاصرة الفلزية أو المعدنية Metalic bond

ان هذا النوع من التاصر يحدث في ذرات العناصر التي يكون عدد الالكترونات في الغلاف الخارجي قليل والذي يطلق عليهم بالكترونات التكافؤ، يمكن ازاحتهم بكل سهولة عن غلافهم ، أما بقية الالكترونات في الاغلفة ماقبل الاخير للذرة فتبقى مرتبطة بالنواة بصورة قوية ، ينشأ من جراء هذه العملية قلوب ايونية مستقرة ذات شحنة موجبة والكترونات سالبة حرة ، يطلق على هذه الالكترونات الحرة بغاز الالكترون (electron gas) . ان المواد الناتجة عن الترابط الفلزي تتميز بكونها:

1- توصيلها الحراري والكهربائي الجيد وذلك بسبب حركة الالكترونات الحرة الموجودة في المواد الفلزية.

2- جميع الخواص الاخرى المميزة للمعادن الفلزية مثل القابلية للطرق والسحب وسهولة التشكيل وانخفاض كل من الصلابة ودرجة الانصهار ودرجة الغليان تعزى الى الترابط الفلزي.

(2-1-4) أصرة فاندفالز Vander Waals bond

لقد وجد العالم الهولندي فاندرفالز ان قوة هذه الاصرة التي سميت بأسمه اضعف بكثير من قوى الترابط الايونية والتساهمية والفلزية. تكون هذه القوة فعالة بشكل كبير في الغازات النبيلة التي يكون غلافها الخارجي كامل بالكترونات وتعمل على ربط ذرات الغازات النبيلة بعضها ببعض. تتكون الاصرة في الغازات النبيلة عن طريق التجاذب الحاصل بين الثنائيات القطبية الكهربائية في المادة. تنشا الثنائيات القطبية في الغازات نتيجة عدم تطابق مركزثقل الشحنة الموجبة للنواة بمركز ثقل الشحنة السالبة للغيمة الالكترونية المحيطة بالنواة. ان عدم تطابق مركزي ثقلي الشحنتين يولدان عزما كهربائيا وهذا بدوره يعمل على توليد مجالا كهربائيا يؤثر على الذرات المجاورة وبالذات على وضع الالكترونات فيها حيث ينشا من ذلك عزم كهربائي ثاني في الذرات المجاورة وان قوة الجذب بين هذه العزوم يطلق عليها بقوى فاندرفالز أو تأصر فاندرفالز.

تمتاز المواد الناتجة عن هذا الترابط الضعيف بكونها:

1- ذات درجات انصهار وغليان واطئة.

2- صلابة هذه المواد ضعيفة جدا.

(2-1-5) الاصرة الهيدروجينة Hydrogen bond

تعد الاصرة الهيدروجينة نوع اخر من قوى فاندرفالز. تحدث هذه الاصره بين جزيئات معينة تحوي ذرات الهيدروجين . تعرف الاصرة الهيدروجينة على انها قوة تجاذب ضعيف متبادل بين ذرة أو أكثر من ذرات الهيدروجين لاشباع غلافها الخارجي، مثال ذلك HF وH_2O .

ان المواد الناتجة عن هذا الترابط وخاصة البلورات الجزيئية يكون تأثير الاواصر فيها كبير جدا حيث تعمل على زيادة درجة الانصهار والصلابة وقابلية الانكساروالانخفاض في قابلية الانضغاط. تتراوح

طاقة قوة الاصرة الهيدروجينة بين(0.1–0.5 ev) وبمقارنة هذه القيمة مع قيم الاصرة الايونية والتساهمية تعتبر صغيرة جدا.

(2–2) تصنيف المواد الصلبة Classification of Solid

ان البنية البلورية لاية مادة صلبة يمثل نظام معين من القلوب الايونية الموجبة والالكترونات الذي يميل لترتيب نفسه بشكل هندسي فراغي وبأدنى طاقة كامنة، وهذا يعني بنفس الوقت أعلى حالة ممكنة من الاستقرار.

أن العوامل التي تؤثر على هذا المستوى الادنى من الطاقة أو الحالة العليا الممكنة من الاستقرار هي :

1– قوى الجذب بين الايونات الموجبة والسالبة وهي تزداد بازدياد العدد التناسقي لهذه الايونات.

2– قوى التنافر التي تزداد بشدة كلما اقتربت الايونات التي تحمل نفس الشحنة الكهربائية.

ولذلك فأن أفضل ترتيب شبيكي لاي مادة صلبة هو الترتيب الذي يحقق اكبر عدد تناسقي وأقل قوى تنافر بين الايونات المتشابهة، وهذا يعتمد مباشرة على الحجم النسبي للايونات أو الذرات التي تشترك في تكوين المادة الصلبة.

(2–2–1) طاقة الشبيكة البلورية Crystal lattice energy

تعرف طاقة الشبيكة البلورية على انها الطاقة التي تتحرر عندما يترتب مول واحد من الايونات الموجبة ومول من الايونات السالبة بشكل هندسي يطلق عليه بالشبيكة البلورية.

يعتمد حساب طاقة الشبيكة البلورية على نوع التاصر وعلى القوى الالكتروستاتيكية بين الذرات أو الايونات.

ان الطاقة الكلية للشبيكة البلورية ناتجة من محصلة قوى التجاذب والتنافر. ويمكن كتابة الطاقة لكل ايون نتيجة للتفاعلات مع الايونات التالية:

اولا: طاقة التجاذب الالكتروستاتيكي E_{att} بين ايونين تفصلهما المسافة (r) في مزدوج أيوني منفرد تعطى بالعلاقة:

$$E_{att} = -\frac{Z_1 Z_2 q^2}{4\pi\, \varepsilon_\circ\, r_\circ} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2-1)$$

حيث أن $\varepsilon_\circ$ سماحية الفراغ ، q شحنة الالكترون ، Z_1 شحنة الايون الموجب ،Z_2 شحنة الايون السالب

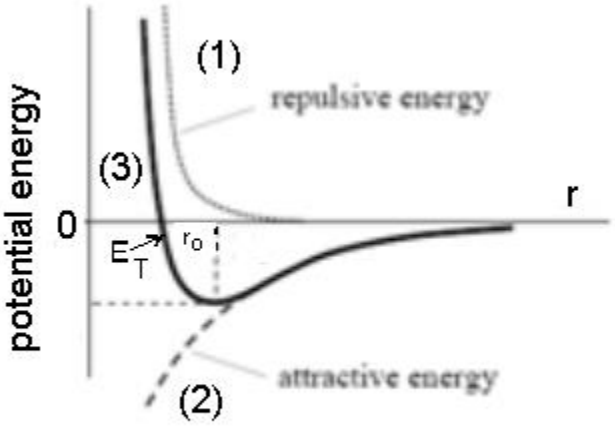
عندما تكون شحنة الايونين مختلفتين تكون قيمة طاقة التجاذب E_{att} سالبة، اي ان طاقة التجاذب بين الايونين أقل من الصفر (الصفر يمثل طاقة التجاذب بين الايونين عندما تكون المسافة بينهما مالانهاية) دوما وتقل (اي تزيد قيمتها السالبة) كلما قلت المسافة بين الايونين.

ثانيا: ان طاقة التجاذب الالكتروستاتيكي للمزدوج الايوني ضمن الشبيكة البلورية هي محصلة القوى على هذا المزدوج ضمن الشبيكة هي:

$$E_{att} = -\frac{A\,Z_1 Z_2 q^2}{4\pi\,\varepsilon_\circ\, r_\circ} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2-2)$$

حيث أن A يدعى بثابت مادلونك Madelung Constant ويعتمد مقداره على بنية البلورة فقط ولا يعتمد على حجم أو شحنة الايونات.

ثالثا: لايمكن ان تكون طاقة التجاذب الالكتروستاتيكي ممثلة بمفردها لجميع القوى المؤثره على الايونين نظرا لان ذلك يعطي شبيكة البلورة اي حالة استقرار حيث الطاقة تقل كلما قلت المسافة بين الايونين وبذلك لاتوجد نهاية صغرى او حد ادنى للطاقة (وهو الشرط الضروري لاستقرار اية منظومة) وكما يتضح من المنحني (2) في الشكل (3 -2) .



الشكل (3-2)

وتعطي المعادلة (2-2) الطاقة الكلية بين الايونين عندما تكون المسافة بينهما كبيرة نسبيا الا انه كلما اقترب الايونان من بعضهما تصبح قوى التنافر بين الكتروناتهما ذات قدر مهم وعندها تكون الطاقة الكلية E مساوية لحاصل جمع طاقة التجاذب E_{att} وطاقة التنافر E_{rep} أي ان:

$$E = E_{att} + E_{rep} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2-3)$$

لقد اقترح العالم بورن Born العلاقة التالية لطاقة التنافر

$$E_{rep} = \frac{B}{r^n} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2-4)$$

حيث ان B كمية ثابته ، n كمية ثابتة تعتمد على طبيعة الايونات . وسوف نبين لاحقا كيفية حساب قيمتها.
يمثل المنحني (1) في الشكل (2 .3) العلاقة بين طاقة التنافر والمسافة (r) بين الايونين.
ان الطاقة الكامنة الكلية لكل مول واحد من الايونات في المادة الصلبة نتيجة تفاعلاتها مع الايونات المجاورة هي:

$$E = -\frac{N_A A Z_1 Z_2 q^2}{4\pi \varepsilon_\circ r} + \frac{N_A B}{r^n} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2-5)$$

حيث أن N_A يمثل عدد افوكادرو

يمثل المنحني (3) في الشكل (2-3) العلاقة العامة بين الطاقة E و المسافة (r)(معادلة 5 - 2) .
ويتبين من هذا الشكل ايضا ان قوة التجاذب هي المتغلبة عند المسافات الكبيرة ، أما قوة التنافر فتكون متغلبة عند المسافات القصيرة. وتتعادل هاتان القوتان عند مسافة التوازن r_0 (Equilibrium Separation) . تكون قيمة الطاقة عند r_0 أدنى قيمة لها. ويمكن ايجادها من العلاقة $\frac{dE}{dr} = 0$ عندما $r = r_0$. وعليه فيمكن تفاضل المعادلة (5 - 2) بالنسبة الى *r* نجد ان :

$$\left(\frac{dE}{dr}\right)_{r=r_\circ} = \frac{N_A A Z_1 Z_2 q^2}{4\pi \varepsilon_\circ r_\circ^2} - \frac{N_A n B}{r_\circ^{n+1}} = 0$$

$$\frac{N_A A Z_1 Z_2 q^2}{4\pi \varepsilon_\circ r_\circ^2} = \frac{N_A n B}{r_\circ^{n+1}}$$

$$B = \frac{A Z_1 Z_2 q^2}{4\pi \varepsilon_\circ n} r_\circ^{n-1} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2-6)$$

وبتعويض المعادلة (2-6) في المعادلة (2-5) نحصل على :

$$E_\circ = -\frac{N A Z_1 Z_2 q^2}{4\pi \varepsilon_\circ r_\circ}\left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2-7)$$

ويطلق على هذه العلاقة بأسم معادلة بورن-لاندي (Born- Lande equation) .
ويمكن حساب طاقة الشبيكة من المعادلة (2-7) لاي بلورة فيما أذا توفرت المعلومات عن بنية البلورة وذلك لغرض تحديد قيمة (n) وقيمة ثابت مادلونك (A).

(2-2-2) حساب قيمة (n)

يمكن حساب قيمة (n) عن طريق قياس قابلية انضغاط البلورات أو بطريقة العالم باولنك (pauling) . فلقد وجد باولنك ان قيم (n) تعتمد على الترتيب الالكتروني للعناصر. لقد حسب باولنك قيم (n) لعناصر الغازات النبيلة واعتبرها قيما قياسية.
ولقد اثبت أن قيمة (n) لاي عنصر من عناصر الغازات النبيلة تكافى قيمة (n) لاي أيون من أيونات العناصر غير النبيلة والتي لها نفس العدد الالكتروني لذلك العنصر وكما مبين في الجدول (1-2)

الجدول (1-2) قيم n لعدد من الايونات

عناصر الغازات النبيلة	الايون الذي له نفس عدد الكترونات العنصر النبيل	n
He		5
Ne	Na^+	7
Ar	Cu^+ , Cl^-	9
Kr	Ag^+	10
Xe	Au^+	12

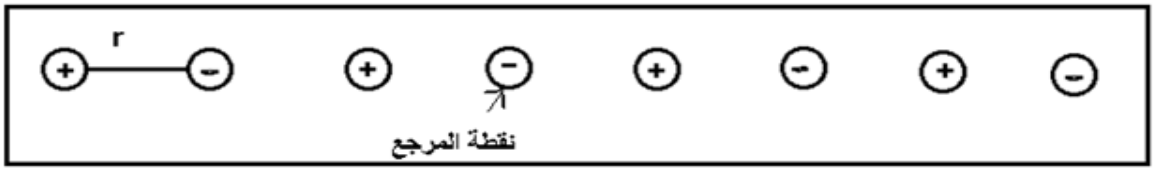
مثال لحساب طاقة الشبيكة (كتاب)

(2-2-3) حساب قيمة ثابت مادلونك (A) (Determination of Madelug Constant)

يمكن حساب ثابت مادلونك (A) في بعد واحد أو في ثلاثة ابعاد وكما يلي:

أ- حساب ثابت مادلونك (A) في بعد واحد:

نفرض ان لدينا سلسلة طويلة تحتوي على عدد من الايونات الموجبة والسالبة مرتبة على التعاقب . وافرض ان المسافة الفاصلة بين اي ايونين تساوي (r) وكما مبين في الشكل (2-4)



الشكل (2-4)

لايجاد ثابت مادلونك نختار أحد الايونات السالبة كنقطة مرجع . ان طاقة التجاذب بين نقطة المرجع واقرب ايون مجاور تساوي

$$E_{att} = -\frac{2\,q^2}{4\pi\varepsilon_{\circ}\,r}$$

ان سبب وجود العدد (2) في المعادلة يعود الى وجود ايونين موجبين في يمين ويسار نقطة المرجع .

اما طاقة التنافر بين نقطة المرجع واقرب ثاني ايون مجاور لها تساوي :

$$E_{rep} = +\frac{2\,q^2}{4\pi\varepsilon_{\circ}(2\,r)} = E_{rep} = \frac{2\,q^2}{8\pi\varepsilon_{\circ}\,r}$$

اما طاقة التجاذب بين نقطة المرجع واقرب ثالث ايون مجاور تساوي

$$E_{att} = -\frac{2\,q^2}{4\pi\varepsilon_{\circ}(3\,r)} = -E_{att} = -\frac{2\,q^2}{12\pi\varepsilon_{\circ}\,r}$$

وبنفس الطريقة يمكن حساب طاقة التنافر والتجاذب لاقرب وأقرب ايونات مجاورة لنقطة مرجع.
عند جمع الطاقات سنحصل على سلسلة من الحدود:

$$E = -\frac{2\,q^2}{4\pi\varepsilon_{\circ}\,r}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\cdots\right)$$

وعند مقارنة هذه السلسلة مع السلسلة الرياضية المعروفة :

$$\ln(1+x) = x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\cdots$$

لذا يمكن كتابة المعادلة اعلاه بالشكل

$$E = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_{\circ}\,r}\;(2\ln 2)$$

من المعادلة يمثل العدد 2ln2 قيمة ثابت مادلونك (A).

ب- <u>حساب ثابت مادلونك في ثلاثة ابعاد</u>

لسهولة حساب ثابت مادلونك في ثلاثة ابعاد ، نأخذ بلورة كلوريد الصوديوم مثالا لتطبيق عليها الفرضيات وكما مبين في الشكل (5-2). نختار أيون الكلور كنقطة مرجع في وحدة الخلية.

ان طاقة التجاذب بين نقطة المرجع وأقرب ستة ايونات صوديوم مجاورة تساوي:

$$E_{att} = -\frac{6\,q^2}{4\pi\varepsilon_{\circ}r} = -\frac{6}{1}\;\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_{\circ}\,r}$$

أما طاقة التنافر بين نقطة المرجع وأقرب أثني عشر أيون كلور مجاور تساوي

$$E_{rep} = +\frac{12\,q^2}{4\pi\varepsilon_{\circ}\sqrt{2}\,r}$$

$$E_{rep} = +\frac{12}{\sqrt{2}} \cdot \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_\circ\, r}$$

أما طاقة التجاذب بين نقطة المرجع وثاني أقرب ثمانية ايونات صوديوم مجاورة تساوي:

$$E_{att} = -\frac{8\,q^2}{4\pi\varepsilon_\circ\,\sqrt{3}\,r}$$

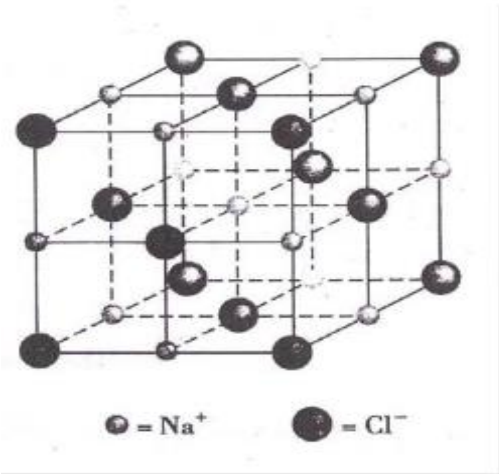
$$E_{att} = -\frac{8}{\sqrt{3}}\,\frac{8\,q^2}{4\pi\varepsilon_\circ\, r}$$

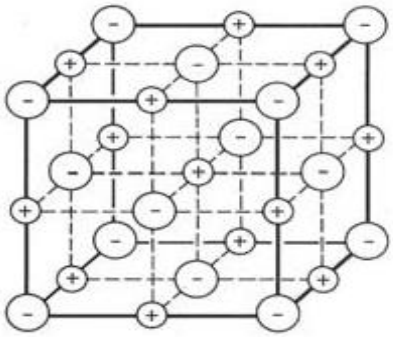
وبنفس الطريقة يمكن حساب طاقة التنافر والتجاذب لاقرب وأقرب ايونات مجاورة لنقطة مرجع.
عند جمع الطاقات سنحصل على سلسلة من الحدود:

$$E = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_\circ\, r}\left(\frac{6}{1} - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \cdots\ldots\right)$$

ان الارقام الموجودة بين القوسين تمثل قيمة ثابت مادلونك ، اي ان

A= [6-8.485+4.619-……..]





الشكل (2-5)

(2-2-4) أنصاف اقطار الذرات والايونات The Radius of atoms and ions

أن الوحدة الاساسية في جميع البنيات البلورية هي الذرة (وتشمل الايونات أيضا) . تعتبر الذرات كأنها كرات وبأنصاف اقطار قيمتها بحدود الانكستروم ($\dot{A}$)، وبالامكان قياس أنصاف اقطار الذرات والايونات بدقة. أن نصف قطر الذرة لايعتمد على طبيعة العنصر فقط بل على حالة التاين والطريقة التي يرتبط بها مع الذرات الاخرى. فعلى سبيل المثال ، فأن نصف قطر ذرة الصوديوم في فلز الصوديوم هو 1.86 A بينما نصف قطر أيون الصوديوم في أملاح الصوديوم هو 0.97 A.

ويمكن النظر الى جميع المواد الصلبة وكأنها متكونة من بنيات ايونية وأن نعتبرها كمركبات لايونات الاوكسجين السالبة مع اعتبار جميع العناصر الاخرى كايونات موجبة عدا العناصر الهالوجينية.
بما أن حجم أيون الاوكسجين كبير فأنه يعد كمقياس لمقارنة الكثير من الايونات الموجبة وأن بنية اي مادة صلبة هي اساس تراصف من ايونات الاوكسجين بينما الايونات الموجبة تكون مالئة للفراغات بينها.

(2-2-5) العدد التناسقي coordination number

يعرف العدد التناسقي لبلورة ما بانه عدد اقرب الذرات او الايونات او الجزيئات المحيطة بكل ذرة أو أيون أو جزيئة في البلورة.
أن العوامل الرئيسية التي تعين العدد التناسقي هي:
1- قوة التاصر بين الذرات او الايونات او الجزيئات.2- المسافة البينية بينهما.3- التكافو.4- الدرجة التساهمية.
يكتب العدد التناسقي بالصيغة التالية:

$$\text{العدد التناسقي} = \frac{\text{المسافة البينية}}{\text{الدرجة التساهمية}}$$

اذا اعتبرنا الايونات وكأنها كرات صلبة وان الترتيب الافضل هو حين يكون كل ايون محاط بأكبر عدد ممكن من الايونات المجاورة فأن معدل المسافة بين المكونات المتعاكسة الشحنة يبقى اصغر مايمكن. وأن الترتيب المفضل يعتمد على الحجوم النسبيه (أنصاف الاقطار) في مركب والعدد النسبي للايونات المختلفة.
ان نسبة الاقطار يقصد بها نسبة قطر الايون الموجب الى نصف قطر الايون السالب. كما مبين بالجدول (2-2) .

الجدول (2-2) نسب انصاف الاقطار وترتيب الايونات السالبة

نسبة انصاف الاقطار	ترتيب الايونات	الشكل البلوري	العدد التناسقي
0.15-0.225	زوايا مثلث متساوي الاضلاع	ثلاثي الاوجه	3
0.23-0.41	زوايا رباعي	رباعي الاوجة	4
0.42-0.73	زوايا ثماني	ثماني الاوجه	6
0.74-1.00	زوايا مكعب	مكعبي	8
1.1	الرص المحكم	ذو الاثنى عشر وجها	12

مثال2.1: وضح كيف يمثل العدد 0.155 أصغر نسبة اقطار الايونات السالبة للعدد التناسقي(3)

الحل: من الشكل (2.1) نفرض ان r تمثل نصف قطر الايون الموجب ، R تمثل نصف قطر الايون السالب .

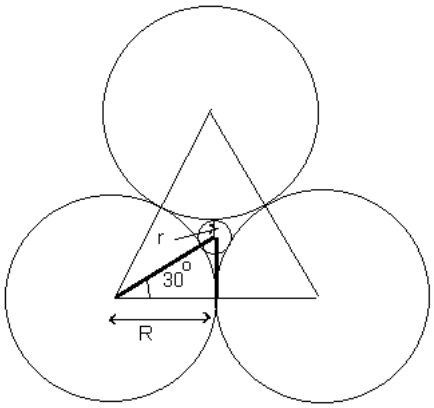
$$\cos\theta = \frac{R}{R+r} = 0.866$$

وبأخذ المقلوب

$$\frac{R+r}{R} = 1.1547$$

$$1 + \frac{r}{R} = 1.1547 \quad \rightarrow \quad \frac{r}{R} = 1.1547 - 1 = 0.155$$

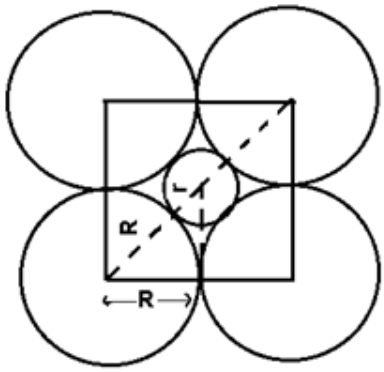
$$\therefore \frac{r}{R} = 0.155$$



الشكل (2.1)

مثال (2.2) : برهن ان العدد 0.414 هو أصغر نسبة بين نصفي قطري الايونين الموجب والسالب للعدد التناسقي (6)

الحل: من الشكل (2.2) نفرض ان r تمثل نصف قطر الايون الموجب ، R تمثل نصف قطر الايون السالب .



الشكل (2.2)

$$(R+2r+R)^2 = (2R)^2 + (2R)^2$$

$$(2r+2R)^2 = 2\,(2R)^2$$

وبأخذ الجذر للطرفين

$$2r+2R = 2\sqrt{2}\,R \quad \rightarrow \quad 2r = (2\sqrt{2}-2)R$$

$$2r = 2(\sqrt{2}-1)R$$

$$\frac{r}{R} = \sqrt{2} - 1 = 0.414$$