3-3 القدرة (Power)

يسمى المعدّل الزمني لبذل الشغل بالقدرة ويرمز له بالرمز (P)، وهي تعرّف أيضا بأنها الشغل المبذول في وحدة الزمن ، ويمكننا كتابة هذا التعريف بالصيغة الرياضية الآتية :

$$\boxed{P = \frac{W}{t} ...(8-3)}$$

وحدات القدرة هي عبارة عن وحدات الشغل ($Joule$) مقسومة على وحدة الزمن (s) ويسمى بالواط ($Watt$) ، وهناك وحدة أخرى هي الكيلوواط (kW) وتساوي (1000 واط) ، وتستخدم وحدة أخرى لقياس القدرة هي (الحصان) ($1hp = 746W$) .

مثال : سيارة كتلتها ($120kg$) يمكنها التسارع من السكون إلى أن تصبح سرعتها ($25m/s$) في زمن قدره ($8s$) . ما متوسط القدرة التي يجب أن ينتجها المحرّك ليحقق هذه العجلة ؟

الحل :

من المعادلة (3 – 8) :

$$P = \frac{W}{t} ...(8-5)$$

$$\because W = K_2 - K_1 = \Delta K ...(6-3)$$

$$W = \frac{1}{2} m\vec{v}_2{}^2 - \frac{1}{2} m\vec{v}_1{}^2$$

$$W = \frac{1}{2}(120)(25)^2 - \frac{1}{2}(120)(0)^2$$

$$W = \frac{1}{2}(120)(625) = 37500J$$

$$P = \frac{37500}{8} \boxed{\Rightarrow P = 4687.5Watt}$$

4-3 الدفع والزخم (Impulse and Momentum)

إذا كانت القوة المؤثرة على جسم ثابت والحركة على خط مستقيم فبإستخدام قانون نيوتن الثاني نجد التعجيل والذي يكون ثابتا أيضا :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v} ...(9-3)}$$

حيث أن زخم الجسم ($\vec{P}$) كمية إتجاهية بإتجاه السرعة ، ويعرّف بكونه حاصل ضرب كتلة الجسم بسرعته ووحدة قياسه هي ($kg.m/s$) .

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

إن المعادلة أعلاه توضّح أن التغير الزمني للزخم يساوي محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم ويكون بإتجاهها ، فإذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الجسم تساوي صفر ، فإن الزخم يبقى ثابتا في المقدار والإتجاه ، أي أن :

$$\vec{F} = 0$$

$$\vec{P} = Cons\tan t$$

عندما تكون القوى ($\vec{F}$) معروفة كدالة للزمن يمكن إجراء التكامل على المعادلة أعلاه :

$$\int_{P_\circ}^{P} d\vec{P} = \int_{t_\circ}^{t} \vec{F}dt$$

$$\vec{P} - \vec{P}_\circ = \Delta\vec{P} = \int \vec{F}dt$$

حيث تسمى الكمية ($\int \vec{F}dt$) بالدفع ويعرّف بكونه حاصل ضرب القوة في الفترة الزمنية التي تؤثر خلالها القوة وهو كمية إتجاهية أيضا ويرمز له ($\vec{J}$) ويساوي التغير في الزخم مقدارا و إتجاها .

$$\boxed{\vec{J} = \int \vec{F}dt = \Delta\vec{P} ... (10-3)}$$

مثال : كتلة مقدارها ($2kg$) تتحرّك بسرعة ($6m/s$) . كم يبلغ مقدار القوة اللازمة لإيقاف الكتلة في زمن مقداره ($7x10^{-4}s$) ؟

الحل :

من المعادلة (3 – 10) :

الدفع = التغيّر في الزخم

$$\vec{J} = \int \vec{F}dt = \Delta\vec{P} ... (10-3)$$

$$\vec{J} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$$

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

$$\vec{F}.(7x10^{-4}) = (2).(0) - (2).(6)$$

$$\vec{F}(7x10^{-4}) = -12$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{F} = -1.7x10^{4}\,N}$$

والإشارة السالبة تعني أن القوة في عكس إتجاه الحركة .

5-3 التصادمات المرنة وغير المرنة (Elastic and Inelastic Collisions)

إن مقدار الزخم محفوظ في أي تصادم تهمل فيه القوى الخارجية ، وأن الطاقة الحركية ربما تكون أو لا تكون ثابتة إعتمادا على نوع التصادم ، ولذلك تصنّف التصادمات إلى :

1-5-3 التصادمات المرنة (Elastic Collisions) :

وهي التصادمات التي تكون فيها الطاقة الحركية الكلية وكذلك الزخم نفسه قبل وبعد التصادم .

$$\boxed{[(m_1\vec{v}_1) + (m_2\vec{v}_2)]_{before} = [(m_1\vec{v}_1) + (m_2\vec{v}_2)]_{after} \ldots(11-3)}$$

$$\boxed{\left[(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1{}^2) + (\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2{}^2)\right]_{before} = \left[(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1{}^2) + (\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2{}^2)\right]_{after} \ldots(12-3)}$$

بالنسبة للتصادم المرن فإن السرعة النسبية للجسمين قبل التصادم $(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)_{before}$ يساوي سالب سرعتيهما النسبية بعد التصادم $-(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)_{after}$ وحاصل القسمة بين المقدارين يساوي ما يعرف بمعامل التصادم (e) أو معامل الإرتداد ، ويساوي (1) للتصادمات المرنة ، ويكون أقل من واحد للتصادمات غير المرنة :

$$\boxed{e = \frac{(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)_{after}}{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)_{before}} \; e = \frac{-(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)_{after}}{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)_{before}} \; or \; e = \frac{(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)_{before}}{-(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)_{after}} \; or \; (\text{معامل التصادم :e}) \ldots 13\text{-}3}$$

2-5-3 التصادمات غير المرنة (Inelastic Collisions) :

وهي التصادمات التي لا تكون فيها الطاقة الحركية الكلية نفسها قبل وبعد التصادم ولكن الزخم يكون محفوظا ، والجسمان يلتصقان معا ويتحركان معا كجسم واحد بعد التصادم وبسرعة ($\vec{v}_2$) ، وهنا يحصل ضياع جزء من الطاقة الحركية .

$$\boxed{[(m_1\vec{v}_1) + (m_2\vec{v}_2)]_{before} = [(m_1 + m_2)\vec{v}_2]_{after} \ldots(14-3)}$$

$$\boxed{\left[(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1{}^2) + (\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2{}^2)\right]_{before} \neq \left[(\frac{1}{2}m_1 + m_2)\vec{v}_2{}^2)\right]_{after} \ldots(15-3)}$$

ملاحظة : السرعة تكون موجبة بإتجاه محور السينات الموجب (حركة الجسم نحو اليمين) ، وسالبة بإتجاه محور السينات السالبة (حركة الجسم نحو اليسار) .

مثال : يتحرّك جسم كتلته ($16g$) في الإتجاه الموجب للمحور (x) وبسرعة ($30cm/s$) ، ويتحرّك جسم آخر كتلته ($4g$) في الإتجاه السالب للمحور (x) وبسرعة ($50cm/s$) ، يصطدم الجسمان بشكل مباشر ويلتحمان مع بعضهما ويصبحان جسما واحدا ، أوجد سرعتهما بعد التصادم ؟

الحل :

من المعادلة (3 – 14) :

$$\left[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)\right]_{before}=\left[(m_1+m_2)\vec{v}_2\right]_{after}...(14-3)$$

$$\left[((0.016)(0.3))+((0.004)(-0.5))\right]_{before}=\left[(0.004+0.016)\vec{v}_2\right]_{after}$$

$$\left[(0.0048)-(0.002)\right]_{before}=\left[(0.02)\vec{v}_2\right]_{after}$$

$$0.0028=0.02\vec{v}_2$$

$$\vec{v}_2=\frac{0.0028}{0.02}$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{v}_2=0.14m/s}$$

واجب بيتي : كرة صغيرة كتلتها ($0.3kg$) تتحرّك بسرعة ($4m/s$) تصطدم مع كرة كبيرة في حالة سكون كتلتها ($0.5kg$) بشكل مرن ، كم تكون سرعة كل من الكرتين بعد الإصطدام ؟

مثال : كرة كتلتها ($1kg$) متحرّكة بسرعة ($12m/s$) تصادمت بالتقابل مع كرة كتلتها ($2kg$) متحرّكة في الإتجاه المضاد بسرعة ($24m/s$) . حدّد حركة كل كرة بعد التصادم في الحالات الآتية :

1- عندما معامل التصادم (الإرتداد) يساوي ($\frac{2}{3}$) ؟

2- عندما تلتصق الكرتان معا ؟

3- عندما يكون التصادم مرنا تماما ؟

الحل : كمية التحرّك محفوظة في جميع الحالات الثلاث ، ومن ثم يمكننا كتابة المعادلة الآتية :

$$\left[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)\right]_{before}=\left[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)\right]_{after}$$

$$\left[((1)(12))+((2)(-24))\right]_{before}=\left[((1)(\vec{v}_1))+((2)(\vec{v}_2))\right]_{after}$$

$$\left[(12)+(-48)\right]_{before}=\left[(\vec{v}_1)+(2\vec{v}_2)\right]_{after}$$

$$\boxed{\left[(-36)\right]_{before}=\left[(\vec{v}_1)+(2\vec{v}_2)\right]_{after}}$$

1 - عندما معامل التصادم (الإرتداد) يساوي ($\frac{2}{3}$) ؟

$$e=\frac{(\vec{v}_2-\vec{v}_1)_{after}}{(\vec{v}_1-\vec{v}_2)_{before}}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{(\vec{v}_2-\vec{v}_1)_{after}}{(12-(-24))_{before}}$$

ومنها ينتج أن $\vec{v}_2-\vec{v}_1=24$ وبإضافة هذه المعادلة إلى معادلة الزخم الموّضحة أعلاه نجد أن :

$\boxed{\vec{v}_1=-28m/s}$ و $\boxed{\vec{v}_2=-4m/s}$

2 - عندما تلتصق الكرتان معا ؟

في هذه الحالة $\vec{v}_1=\vec{v}_2=\vec{v}$ ومن ثم تصبح معادلة الزخم :

$$3\vec{v}=-36m/s$$

$$\boxed{\vec{v}=\vec{v}_1=\vec{v}_2=-12m/s}$$

3 - عندما يكون التصادم مرنا تماما ؟

$$e=\frac{(\vec{v}_2-\vec{v}_1)_{after}}{(\vec{v}_1-\vec{v}_2)_{before}}$$

$$1=\frac{(\vec{v}_2-\vec{v}_1)_{after}}{(12-(-24))_{before}}$$

ومنها ينتج أن $\vec{v}_2-\vec{v}_1=36$ وبإضافة هذه المعادلة إلى معادلة الزخم الموّضحة أعلاه نجد أن :

$\boxed{\vec{v}_1=-36m/s}$ و $\boxed{\vec{v}_2=0}$

مثال : يصطدم جسمان تصادما مباشرا عديم المرونة ، بفرض أن كتلة الأول ($0.5kg$) والثاني ($0.25kg$) ، وسرعة الأول ($4m.s^{-1}$) والثاني ($3m.s^{-1}$) . إحسب :

1- سرعة الجسم الجديد بعد التصادم ؟

2- مقدار الفقد في الطاقة الحركية نتيجة التصادم ؟

الحل :

1 - سرعة الجسم الجديد بعد التصادم ؟

من المعادلة (3 – 14) :

$$\left[(m_1\vec{v}_1)+(m_2\vec{v}_2)\right]_{before}=\left[(m_1+m_2)\vec{v}_2\right]_{after}...(14-3)$$

$$\left[((0.5)(4))+((0.25)(-3))\right]_{before}=\left[(0.5+0.25)\vec{v}_2\right]_{after}$$

$$\left[(2)+(-0.75)\right]_{before}=\left[(0.75)\vec{v}_2\right]_{after}$$

$$(\vec{v}_2)_{after}=\frac{(2-0.75)}{(0.75)}$$

$$\boxed{\Rightarrow(\vec{v}_2)_{after}=1.67m.s^{-1}}$$

2 - مقدار الفقد في الطاقة الحركية نتيجة التصادم ؟

الطاقة الحركية قبل التصادم هي (الحد الأيسر من المعادلة (3 – 15)) :

$$K_{before}=\left[(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1{}^2)+(\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2{}^2)\right]_{before}$$

$$K_{before}=\left[(\frac{1}{2}(0.5)(4)^2)+(\frac{1}{2}(0.25)(3)^2)\right]_{before}$$

$$K_{before}=\left[(\frac{1}{2}(0.5)(16))+(\frac{1}{2}(0.25)(9))\right]_{before}$$

$$K_{before}=\left[(4)+(1.125)\right]_{before}$$

$$\boxed{\Rightarrow K_{before}=5.125J}$$

الطاقة الحركية بعد التصادم هي (الحد الأيمن من المعادلة (3 – 15)) :

$$K_{after} = \left[(\frac{1}{2} m_1 + m_2) \vec{v}_2{}^2) \right]_{after}$$

$$K_{after} = \left[(\frac{1}{2} (0.5 + 0.25)(1.67)^2) \right]_{after}$$

$$K_{after} = \left[(\frac{1}{2} (0.75).(2.79) \right]_{after}$$

$$\boxed{\Rightarrow K_{after} = 1.05J}$$

وبذلك يكون مقدار الفقد في الطاقة الحركية نتيجة التصادم هو :

$$K_{loss} = K_{after} - K_{before}$$

$$\Rightarrow K_{loss} = (1.05J) - (5.125)$$

$$\boxed{\therefore K_{loss} = -4.08J}$$