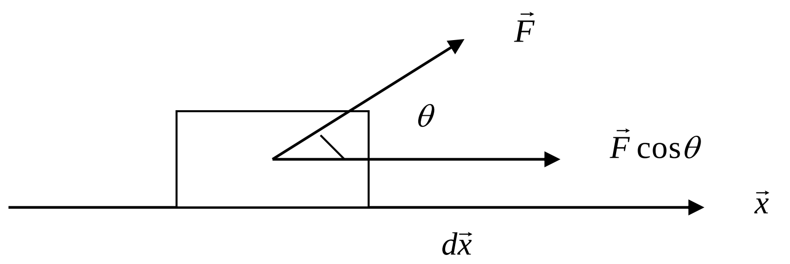
الفصل الثالث

الشغل والطاقة والقدرة (Work, Energy and Power)

1-3 الشغل (Work)

إن الشغل المبذول بواسطة قوة يعرّف بأنه حاصل ضرب تلك القوة في المسافة الموازية التي أثرت خلالها .

عندما يتحرّك جسم في إتجاه الإزاحة ($\vec{x}$) بتأثير قوة معينة ($\vec{F}$) تصنع زاوية (θ) مع إتجاه الحركة فإنه ينّجز شغلا مقداره (dW) عندما يصنع الإزاحة ($d\vec{x}$) ، وكما موضّح في الشكل (3 – 1) .



شكل (3 – 1) : جسم يتحرّك في إتجاه الإزاحة ($\vec{x}$) بتأثير قوة معينة ($\vec{F}$) تصنع زاوية (θ) مع إتجاه الحركة

$$\boxed{dW = \vec{F}\cos\theta d\vec{x} \ldots (1-3)}$$

$$\boxed{dW = \vec{F} d\vec{x} \ldots (2-3)}$$

$$\boxed{W = \int dW = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}\cos\theta d\vec{x} \ldots (3-3)}$$

بصورة عامة يتغيّر مقدار القوة وإتجاهها خلال الحركة ، لذلك يجب معرفة كل من ($\vec{F}$) و (θ) بدلالة الإزاحة لغرض حساب التكامل :

$$\vec{F} = f(x)$$

$$\theta = g(x)$$

في الحالة الخاصة التي تكون فيها القوة ($\vec{F}$) ثابتة في المقدار والإتجاه فإن الشغل (W) يساوي :

$$W = \vec{F}\cos\theta \int_{x_1}^{x_2} d\vec{x}$$

$$\boxed{W = \vec{F}\cos\theta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \ldots (4-3)}$$

وإذا كانت القوة بإتجاه الإزاحة فإن (θ = 0) :

$$\boxed{W = \vec{F}(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \ldots (5-3)}$$

وعموما فإن الشغل (W) كمية عددية وتساوي حاصل ضرب القوة في الإزاحة ووحدته هي (الجول $(Joule)$ ، $(J = N.m)$ ، $(kg.m^2/s^2)$) ، وتستخدم أحيانا وحدات أخرى وهي (الإرك $(1erg = 10^{-7} J)$).

ملاحظة : إن القيمة العددية للشغل المبذول بواسطة قوة ما تكون موجبة أو سالبة أو صفرا ، وتعتمد هذه القيمة على قيمة $(\cos\theta)$ وكالآتي :

1- إذا كانت قيمة $(0^\circ \leq \theta \prec 90^\circ)$ ، فالشغل يكون موجبا ويعمل على تقوية حركة الجسم .

2- إذا كانت قيمة $(\theta = 90^\circ)$ ، فالشغل يكون صفرا وتبقى حركة الجسم كما هي عليه .

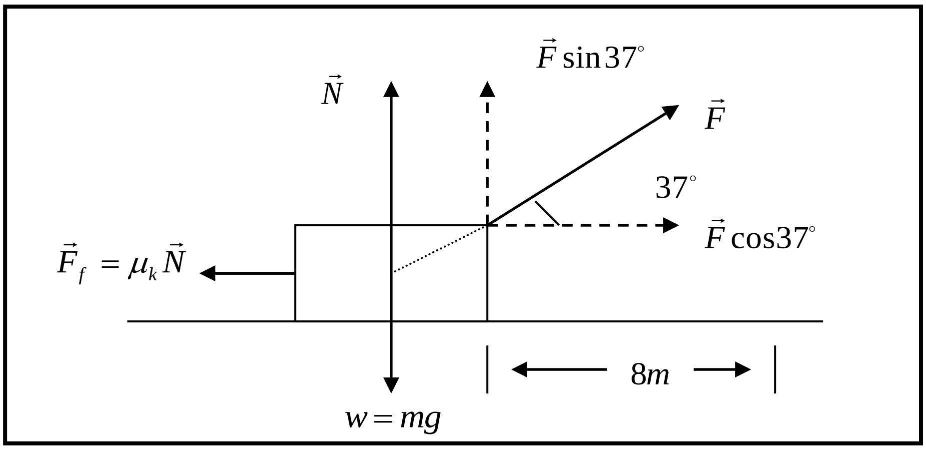
3- إذا كانت قيمة $(90^\circ \prec \theta \leq 180^\circ)$ ، فالشغل يكون سالبا ويعمل على اخماد حركة الجسم .

مثال : إذا كان معامل الإحتكاك الحركي بين علبة كتلتها $(20kg)$ و الأرضية هو (0.4) ، ما الشغل الذي تبذله:

1- لسحب العلبة عبر الأرضية مسافة $(8m)$ وبزاوية (37°) فوق الإتجاه الأفقي ؟

الحل :

1 - في حالة سحب العلبة :



$$\vec{N} + \vec{F}\sin 37^\circ = mg$$

$$\vec{N} = mg - \vec{F}\sin 37^\circ ...(1)$$

$$\vec{F}\cos 37^\circ = \vec{F}_f = \mu_k \vec{N} ...(2)$$

بتعويض قيمة ($\vec{N}$) من المعادلة (1) في المعادلة (2) :

$$\vec{F}\cos 37^\circ = \mu_k (mg - \vec{F}\sin 37^\circ)$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_k mg}{\cos 37^\circ + \mu_k \sin 37^\circ}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{(0.4)(20)(9.8)}{(0.8)+(0.4)(0.6)} \quad \boxed{\therefore \vec{F} = \frac{78.4}{1.04} = 75.4N}$$

من معادلة (3 – 4) :

$$W = \vec{F}\cos\theta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1)...(4-3)$$

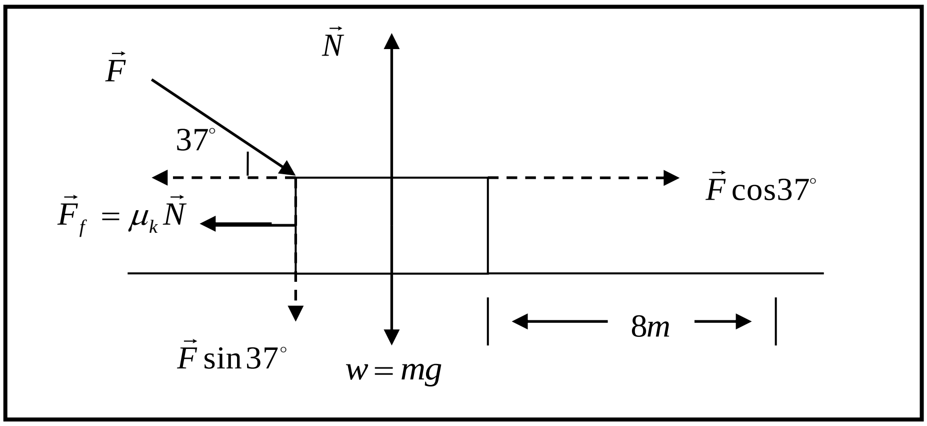
$$W = (75.4)\cos 37^\circ (8-0)$$

$$W = (75.4)(0.8)(8) \quad \boxed{\therefore W = 482.56 Joule}$$

2 - لدفع العلبة عبر الأرضية مسافة $(8m)$ وبزاوية (37°) فوق الإتجاه الأفقي ؟

الحل :

2 - في حالة دفع العلبة :



$$\vec{N} = mg + \vec{F}\sin 37^\circ ...(1)$$

$$\vec{F}\cos 37^\circ = \vec{F}_f = \mu_k \vec{N} ...(2)$$

بتعويض قيمة ($\vec{N}$) من المعادلة (1) في المعادلة (2) :

$$\vec{F}\cos 37^\circ = \mu_k (mg + \vec{F}\sin 37^\circ)$$

$$\vec{F}(\cos 37^\circ - \mu_k \sin 37^\circ) = \mu_k mg$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_k mg}{\cos 37^\circ - \mu_k \sin 37^\circ}$$

$$\vec{F} = \frac{(0.4)(20)(9.8)}{(0.8)-(0.4)(0.6)} \quad \boxed{\therefore \vec{F} = \frac{78.4}{0.56} = 140N}$$

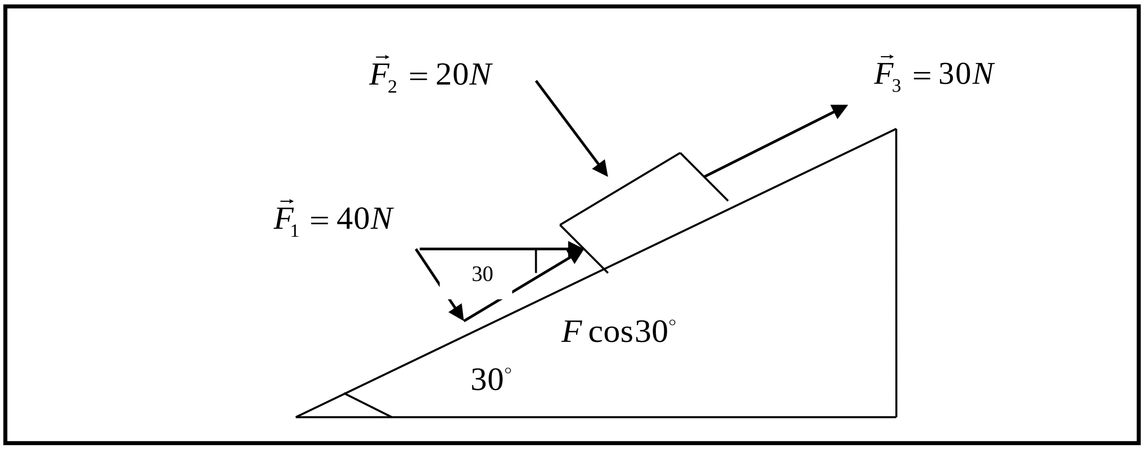
من معادلة (3 – 4) :

$$W = \vec{F}\cos\theta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1)...(4-3)$$

$$W = (140)\cos 37^\circ (8-0)$$

$$W = (140)(0.8)(8) \quad \boxed{\therefore W = 896 Joule}$$

واجب بيتي : يتحرّك جسم في الإتجاه الصاعد لمستوي مائل زاويته مع الإتجاه الأفقي (30°) تحت تأثير مجموعة من القوى ، وهي $\vec{F}_1$ قوة مقدارها ($40N$) ، و $\vec{F}_2$ قوة عمودية على المستوي المائل قدرها ($20N$) ، و $\vec{F}_3$ توازي المستوي المائل وقدرها ($30N$) ، إحسب قيمة الشغل المبذول من قبل كل قوة من القوى الثلاث عندما يتحرّك الجسم مسافة $(80cm)$ أعلى المستوي المائل ؟



مثال : جسم كتلته ($300g$) ينزلق مسافة ($80cm$) على السطح العلوي الأفق لمنضدة . ما هو الشغل المبذول للتغلب على الإحتكاك بين الجسم والمنضدة إذا كان معامل الإحتكاك الحركي هو (0.2) ؟

الحل : نوجد أولا قوة الإحتكاك حيث أن القوة العمودية تساوي الوزن :

$$\vec{F}_k = \mu_k.\vec{N} \Rightarrow \vec{F}_k = (0.2)(m.g)$$

$$\vec{F}_k = (0.2)(0.300).(9.8) \boxed{\Rightarrow \vec{F}_k = 0.588N}$$

إذن الشغل المبذول للتغلب على الإحتكاك هو $W_f = F_k.x.\cos\theta$ والزاوية $\theta = 180^\circ$ تساوي لأن قوة الإحتكاك تعمل عكس إتجاه الإزاحة :

$$W_f = (0.588)(0.8)(-1) \boxed{\therefore W_f = -0.47J}$$

يلاحظ أن قيمة الشغل سالبة لأن قوة الإحتكاك تبطئ الجسم أي تنقّص طاقة حركة الجسم .

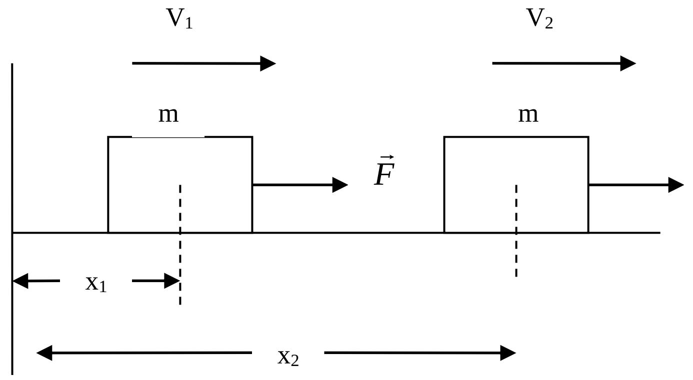
2-3 الطاقة (Energy)

هي مقياس للتغيّر الطارئ على نظام ما ، وتعطى الطاقة لجسم ما إذا بذلت قوة شغلا على الجسم ، وكمية الطاقة المنقولة للجسم تساوي الشغل المبذول .

أيضا عندما يبذل جسم ما شغلا فإنه يفقد كمية طاقة مساوية للشغل الذي بذله ، ومن الجدير بالذكر أن الطاقة والشغل لهما نفس الوحدات وهي (الجول) ، كما أن الطاقة مثل الشغل تعتبر كمية قياسية ، وعموما فالجسم القادر على بذل شغل يمتلك طاقة .

1-2-3 الطاقة الحركية (Kinetic Energy)

إذا أثرت قوة أفقية مقدارها $(\vec{F})$ على جسم كتلته (m) موضوع على سطح أفقي أملس كما في الشكل (3 – 2) فإنها تكسبه تعجيلا مقداره ($\vec{a}$) ، ولنفرض أن سرعة الجسم إزدادت من ($\vec{v}_1$) وهو في الوضع الأول إلى ($\vec{v}_2$) وهو في الوضع الثاني ففي هذه الحالة تنجز القوة شغلا :



شكل (3 – 2) : قوة أفقية مقدارها $(\vec{F})$ تؤثر على جسم كتلته (m) موضوع على سطح أفقي أملس

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}.d\vec{x}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}.\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}\,\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{v}.\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} m\vec{v}\,\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}\,d\vec{x} = \int_{v_1}^{v_2} m\vec{v}d\vec{v}$$

$$W = \frac{1}{2}m\vec{v}_2{}^2 - \frac{1}{2}m\vec{v}_1{}^2$$

$$\boxed{W = K_2 - K_1 = \Delta K ...(6-3)}$$

يُلاحظ من المعادلة الأخيرة أن القوة أنجزت شغلا لزيادة الكمية ($\frac{1}{2}m\vec{v}^2$) من قيمتها الإبتدائية إلى قيمتها النهائية ولم تنجز شغلا ضد قوة الإحتكاك أو أية قوة أخرى تعمل على الجسم مثل وزنه ، وتسمى الكمية الناتجة من حاصل ضرب نصف كتلة الجسم في مربع إنطلاقه بالطاقة الحركية للجسم (K) ، وهي كمية عددية ووحدتها (الجول) ، وفي هذه الحالة يكون الشغل الذي تنّجزه القوة مساويا للتغيّر في طاقته الحركية .

إذا كانت هنالك قوة معرّقلة تعمل على الجسم مثل قوة الإحتكاك ($\vec{F}_f$) فإن قانون نيوتن يصبح كالتالي :

$$\vec{F}-\vec{F}_f = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d\vec{x}}{dt}\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}$$

$$\vec{F}-\vec{F}_f = m\vec{v}\frac{d\vec{v}}{d\vec{x}}$$

$$\vec{F}d\vec{x} = m\vec{v}d\vec{v} + F_f\,d\vec{x}$$

$$\int \vec{F}d\vec{x} = m\int_{v_1}^{v_2}\vec{v}d\vec{v} + \int F_f\,d\vec{x}$$

$$W = m(\frac{\vec{v}_2^{\,2}}{2}-\frac{\vec{v}_1^{\,2}}{2}) + W_f$$

$$W = \frac{1}{2}m\vec{v}_2^{\,2} - \frac{1}{2}m\vec{v}_1^{\,2} + W_f$$

$$W = K_2 - K_1 + W_f$$

$$\boxed{W = \Delta K + W_f \ldots(7-5)}$$

وفي هذه الحالة يكون الشغل الذي تنجزه القوة مساويا للتغيّر في طاقته الحركيـة إضـافة إلـى الشـغل الـذي تنجـزه القوة ضد الإحتكاك .

مثال : برهن مبدأ الشغل – الطاقة لجسيم يتحرّك بتسارع ثابت (بتأثير قوة ثابتة) على طول خط مستقيم ؟

الحل :

$$\vec{v}_B^{\,2} = \vec{v}_A^{\,2} + 2\vec{a}\vec{x}$$

بضرب المعادلة في ($\frac{1}{2}m$) :

$$\frac{1}{2}m\vec{v}_B^{\,2} = \frac{1}{2}m\vec{v}_A^{\,2} + m.\vec{a}.\vec{x}$$

$$\frac{1}{2}m\vec{v}_B^{\,2} = \frac{1}{2}m\vec{v}_A^{\,2} + \vec{F}x$$

$$K_B = K_A + W_{AB}$$

$$\boxed{W_{AB} = K_B - K_A}$$

واجب بيتي : تتغيّر سرعة جسم كتلته ($800g$) من ($\vec{v}_1 = 25m/s$) إلى ($\vec{v}_2 = 40m/s$) ، ما هو التغيّر في طاقته الحركية (ΔK)؟

مثال : يتحرّك جسم كتلته ($150g$) بحيث تكون سرعته عند لحظة معينة ($\vec{v} = 40m/s$) ، ما هي مقدار طاقته الحركية ؟

الحل :

$$K = \frac{1}{2} m\vec{v}^2$$

$$K = \frac{1}{2}(0.15)(40)^2$$

$$K = \frac{1}{2}(0.15)(1600)$$

$$\boxed{\therefore K = 120 Joule}$$

مثال : ينّزلق قفص كتلته ($50kg$) على منحدر طوله المنحدر ($10m$) وتسارع القفص ($2m/s^2$) ، إحسب الطاقة الحركية للقفص لدى بلوغه أسفل المنحدر ؟

الحل :

$$\vec{v}_o = 0$$

$$\because \vec{v}^2 = \vec{v}_o^{\,2} + 2\vec{a}\vec{x} ...(8-2)$$

$$\vec{v}^2 = 2\vec{a}\vec{x}$$

$$K = \frac{1}{2} m\vec{v}^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m(2\vec{a}\vec{x}) \Rightarrow K = m.\vec{a}.\vec{x}$$

$$K = (50)(2)(10) \boxed{\Rightarrow K = 1000 Joule}$$

واجب بيتي : ما هي القوة اللازمة لإكساب سيارة ساكنة كتلتها ($1300kg$) سرعة قدرها ($20m/s$) في مسافة ($80m$) ؟