2-4 السقوط الحر (Free Fall)

خير مثال على الحركة ذات التعجيل المنتظم هو حركة الجسم الساقط حيث أن هذه الأجسام الساقطة بالقرب من سطح الأرض تتحرك بتعجيل ثابت يسمى بالتعجيل الأرضي (Gravitational Acceleration) ويُرمز له بالرمز (g) ومقداره حوالي $(9.8m/s^2)$ ويتجه دائما شاقوليا نحو مركز الأرض .

فإذا إعتبرنا الإتجاه الشاقولي نحو الأعلى هو الإتجاه الموجب ، بذلك يُمكن تطبيق معادلات الحركة ذات التعجيل المنتظم على الجسم الساقط بعد إبدال ($\vec{a}$) بالتعجيل الأرضي (g-) وتصبح كالآتي :

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_o - gt ...(9-2)}$$

$$\boxed{\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_o t - \frac{1}{2} g t^2 ...(10-2)}$$

$$\boxed{\vec{v}^2 = \vec{v}_o{}^2 - 2g\vec{y} ...(11-2)}$$

مثـــال : أطلقـــت رصاصـــة عموديـــة نحـــو الأعلـــى بســـرعة ($98m/s$) مـــن علـــى ســـطح بنايـــة إرتفاعها $(100m)$ ، أوجد :

1- الزمن اللازم لبلوغ الرصاصة أعلى إرتفاع من سطح الأرض ؟

2- أعلى إرتفاع يمكن أن تصله الرصاصة من سطح الأرض ؟

3- الزمن اللازم لكي تصل الرصاصة الأرض ؟

4- سرعة الرصاصة لحظة إرتطامه بالأرض ؟

الحل :-

قبل البدء بحل المثال يتم كتابة المعطيات والمجاهيل الواردة في منطوق المثال .

$$t_{(down)} = ? \text{ ، } \vec{v}_{(down)} = ? \text{ ، } t_{(up)} = ? \text{ ، } \vec{y}_{(up)} = ? \text{ ، } \vec{y}_o = 100m \text{ ، } \vec{v}_o = 98m/s$$

1 - عند أقصى إرتفاع $\boxed{\vec{v} = 0}$:

من المعادلة (2 – 9) :

$$\vec{v} = \vec{v}_o - gt ...(9-2)$$

$$0 = 98 - (9.8)t \Rightarrow 98 = 9.8t$$

$$\Rightarrow t_{(up)} = \frac{98}{9.8}$$

$$\boxed{\therefore t_{(up)} = 10s}$$

2 - من المعادلة (10 – 2) :

$$\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_o t - \frac{1}{2} g t^2 ...(10-2)$$

$$\vec{y}_{(up)} = 100 + (98)(10) - \frac{1}{2}(9.8)(10)^2$$

$$\vec{y}_{(up)} = 100 + 980 - \frac{1}{2} 980 \Rightarrow \vec{y}_{(up)} = 1080 - 490$$

$$\boxed{\therefore \vec{y}_{(up)} = 590m}$$

3 - عندما تصل الرصاصة إلى الأرض $\boxed{\vec{y} = 0}$:

من المعادلة (10 – 2) :

$$\vec{y} = \vec{y}_o + \vec{v}_o t - \frac{1}{2} g t^2 ...(10-2)$$

$$0 = 100 + 98t - \frac{1}{2}(9.8)t^2 \Rightarrow 100 + 98t - 4.9t^2 = 0$$

$$\boxed{\therefore t_{(down)} = 20.96s}$$

4 - من المعادلة (9 – 2) :

$$\vec{v} = \vec{v}_o - gt ...(9-2)$$

$$\vec{v}_{(down)} = 98 - (9.8)(20.96) \Rightarrow \vec{v}_{(down)} = 98 - 205.408$$

$$\boxed{\therefore \vec{v}_{(down)} = -107.4m/s}$$

يُلاحظ الإشارة السالبة للسرعة دلالة على أن الجسم يتحرك للأسفل .

واجب بيتي : أسقطت كرة من السكون عند إرتفاع ($50m$) فوق سطح الأرض ، أوجد :

1- مقدار سرعة الكرة قبل إرتطامها مباشرة بالأرض ؟

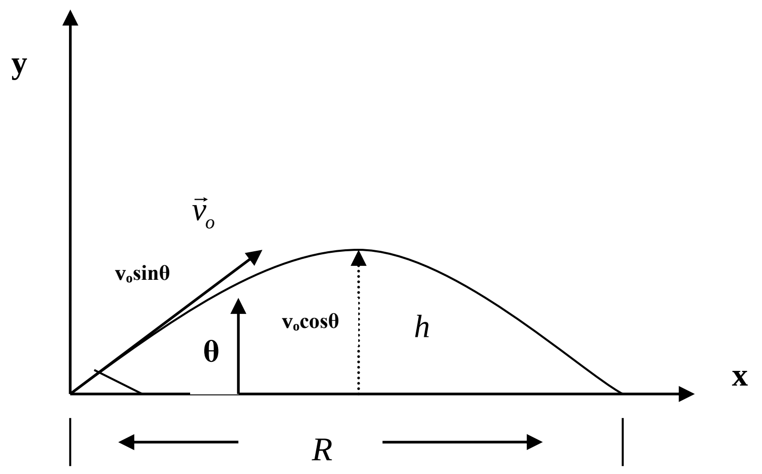
2- الزمن الذي تستغرقه الكرة لتصل إلى الأرض ؟

5-2 حركة المقذوفات (Projectiles Motion)

تُعرّف المقذوفات بكونها الأجسام التي تتحرك ضمن مجال الجذب الأرضي وتتأثر به فقط ، ويتم إهمال تأثير الهواء على المقذوفات على الرغم من أهميته عمليا في السيطرة على مسار المقذوف .

تحدث حركة المقذوفات في بعدين أحدهما أفقي والآخر عمودي (شاقولي) ، حيث أن مركبة السرعة الشاقولية تتغير طبقا لمعادلة الأجسام الساقطة بينما المركبة الأفقية للسرعة تبقى ثابتة .

لنفرض أن جسما قُـذِفَ من نقطة الأصل بسرعة إبتدائية ($\vec{v}_o$) وبزاوية (θ) مع الأفق وكما مُبيّن في الشكل (2-1) .



شكل (2 - 1) : حركة المقذوف

المركبتين الأفقية والشاقولية للسرعة الإبتدائية هي :

$$\boxed{\vec{v}_{ox} = \vec{v}_o.\cos\theta ...(12-2)}$$

$$\boxed{\vec{v}_{oy} = \vec{v}_o.\sin\theta ...(13-2)}$$

بعد فترة زمنية ولتكن (t) تصبح مركبتا السرعة الأفقية ($\vec{v}_x$) والشاقولية ($\vec{v}_y$) كالآتي :

$$\boxed{\vec{v}_x = \vec{v}_{ox} = \vec{v}_o.\cos\theta ...(14-2)}$$

$$\boxed{\vec{v}_y = \vec{v}_{oy} - gt = \vec{v}_o.\sin\theta - gt ...(15-2)}$$

أما الإزاحتين الأفقية (x) والعمودية (y) بعد فترة زمنية ولتكن (t) فتعطى كالآتي :

$$\boxed{\vec{x} = \vec{v}_{ox}.t = (\vec{v}_o.\cos\theta).t ...(16-2)}$$

$$\boxed{\vec{y} = (\vec{v}_o \sin\theta)t - \frac{1}{2} g t^2 ...(17-2)}$$

عندما يصل المقذوف إلى أقصى إرتفاع (h) تصبح سرعته الشاقولية ($\vec{v}_y$) تساوي (صفرا) ، وبهذا فإن الزمن اللازم لوصول المقذوف إلى أقصى إرتفاع تُعطى كالآتي :

$$t_1 = \frac{\vec{v}_o \sin\theta}{g} ...(18-2)$$

وبتعويض قيمة (t_1) في المعادلة (2 – 17) نحصل على قيمة أقصى إرتفاع يمكن أن يصله المقذوف (h) حسب المعادلة الآتية :

$$h = \frac{\vec{v}_o^{\,2} \sin^2\theta}{2g} ...(19-2)$$

أما مدى المقذوف (Projectile Range) فيرُمز له بالرمز (R) ويُمكن تعريفه بكونه أقصى مسافة أفقية يقطعها المقذوف ، أو بكونه المسافة الأفقية التي يقطعه المقذوف ليعود إلى نفس نقطة الإنطلاق ، ويُعطى من خلال المعادلة الآتية :

$$R = \frac{\vec{v}_o^{\,2} \sin 2\theta}{g} ...(20-2)$$

إن أقصى مدى يصله المقذوف هو عندما ($R = \frac{\vec{v}_o^{\,2}}{g}$) أي عندما يكون ($\sin 2\theta = 1$) وهذا يعني أن الزاوية ($\theta = 45^\circ$) تعطي أقصى مدى .

مثال : أطلقت قذيفة بسرعة إبتدائية مقدارها ($49m/s$) وبزاوية (53°) عن الأفق ، أوجد :

1- الإزاحتين الأفقية ($\vec{x}$) والعمودية ($\vec{y}$) للقذيفة (موضع القذيفة) بعد مرور ثانيتين ؟

2- الزمن اللازم حتى تصل القذيفة إلى أعلى نقطة ؟

3- أقصى إرتفاع تصله القذيفة ؟

4- مدى القذيفة ؟

الحل :-

قبل البدء بحل المثال يتم كتابة المعطيات والمجاهيل الواردة في منطوق المثال .

$$R = ? \ ، \ h = ? \ ، \ t_1 = ? ، \ \vec{y} = ? \ ، \ = ?\vec{x} \ ، \ \theta = 53^\circ \ ، \ \vec{v}_o = 49m/s$$

1 - من المعادلتين (2 – 12) و (2 – 13) :

$$\vec{v}_{ox} = \vec{v}_o.\cos\theta ...(12-2)$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{v}_{ox} = 28.4m/s}\ \vec{v}_{ox} = \vec{v}_o.\cos 53^o = (49)(0.6)$$

$$\vec{v}_{oy} = \vec{v}_o.\sin\theta ...(13-2)$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{v}_{oy} = 39.2m/s}\ \vec{v}_{oy} = \vec{v}_o.\sin 53^\circ = (49)(0.8)$$

إذن الإزاحتين الأفقية ($\vec{x}$) والعمودية ($\vec{y}$) للقذيفة (موضع القذيفة) بعد مرور ثانيتين يمكن إيجادهما من المعادلتين (2 – 16) و (2 – 17) :

$$\vec{x} = \vec{v}_{ox}.t = (\vec{v}_o.\cos\theta).t...(16-2)$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{x} = 56.8m}\ \vec{x} = \vec{v}_{ox}.t = (28.4).(2)$$

$$\vec{y} = (\vec{v}_o \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2...(17-2)$$

$$\boxed{\Rightarrow \vec{y} = 58.8m}\ \vec{y} = 39.2.(2) - \frac{1}{2}(9.8)(2)^2$$

2 - من المعادلة (2 – 18) نحسب الزمن اللازم لوصول القذيفة إلى أعلى نقطة لها :

$$t_1 = \frac{\vec{v}_o \sin\theta}{g}...(18-2)$$

$$t_1 = \frac{(39.2)}{9.8}$$

$$\boxed{\therefore t_1 = 4s}$$

3 - من المعادلة (2 – 19) نحسب أقصى إرتفاع تصله القذيفة :

$$h = \frac{\vec{v}_o^{\,2} \sin^2\theta}{2g}...(19-2)$$

$$h = \frac{(49)^2 \sin^2 53^\circ}{2(9.8)}$$

$$\boxed{\therefore h = 78.4m}$$

4 - من المعادلة (2 – 20) نحسب مدى القذيفة :

$$R = \frac{\vec{v}_o^{\,2} \sin 2\theta}{g}...(20-2)$$

$$R = \frac{(49)^2 \sin 2(53^\circ)}{9.8}$$

$$\boxed{\therefore R = 235.2m}$$